МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОУ ВО МО «ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОЦИАЛЬНО-
ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«Актуальные проблемы методики преподавания математики в средней школе»

материалы
V региональной научно-практической конференции (очно-заочной)
21 марта 2019

Коломна
2019

УДК 387.851 (075.8)
ББК 74.48
А43

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом ГОУ ВО МО «ГСГУ»

Рецензент:
Хэкало С.П., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин ГСГУ

А43 Актуальные проблемы методики преподавания математики в средней школе: материалы V региональной научно-практической конференции (очно-заочной) / отв. ред. Н.А.Кирин.– Коломна: ГСГУ, 2019. – 123 с.

Данный сборник материалов предназначен для студентов-бакалавров, магистрантов и аспирантов, изучающих теорию и методику обучения математики, а так же для учителей математики средней школы, интересующимися данными направлениями исследования.

УДК 387.851 (075.8)
ББК 74.48

Содержание

ВНЕУРОЧНОЕ ЗАНЯТИЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-Х КЛАССОВ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТУРНИР ЗНАТОКОВ ОБЪЕМНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР»

Гудалина О.Н.
учитель математики
МБОУ «Лицей № 4», г.о. Коломна

Мнения по поводу того, когда начинать готовиться к ЕГЭ расходятся. Учителя, например, начинают готовить своих подопечных к сдаче единого государственного экзамена уже с пятого класса. Ученики же порой "берутся за голову" лишь в старших классах! Речь, конечно, не идет о полноценной подготовке детей 5 класса к сдаче ЕГЭ, но отдельно взятые темы (такие, например, как объем и площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда и куба, изучаемые в курсе математики 5 класса по учебнику под редакцией Мерзляк А.А.) вполне можно начинать отрабатывать, если не на уроках, то на факультативных или внеурочных занятиях. В этом случае учащиеся среднего звена постепенно привыкают к мысли о том, что впереди их ждет серьезное испытание, в виде сдачи ЕГЭ. Возможно осознание важности данного мероприятия придет позже, однако систематически проводимая подготовка, поможет детям адаптироваться под конкретный формат экзамена и чувствовать себя спокойнее на самом экзамене.

Так когда же все таки лучше начинать готовиться к ЕГЭ?...мое мнение, чем раньше, тем лучше! Зачастую даже самые сложные задачи экзамена составлены так, что для их решения достаточно знаний и девятиклассника. Но попробуйте их решить! И дело не в секретных формулах или теоремах. Просто знать формулы и уметь их применять в нестандартной ситуации – далеко не одно и тоже. Для того, чтобы наработать этот навык, нужны годы напряженной работы и сотни решенных задач.

В данной статье я хотела бы представить разработку одного из таких внеурочных мероприятий (математического турнира), которое проводилось в 5 классе. Работа с ребятами проводилась под девизом:

До ЕГЭ нам еще далеко,

Но готовиться будем мы сразу

По всем темам всегда хорошо!

Прямо с самого 5 класса!

Целью проведения "Математического турнира знатоков объемных геометрических фигур" являлось создание условий для самореализации учащихся, имеющих математические способности.

Мероприятие было рассчитано на реализацию следующих задач:

- развитие у учащихся интереса к математическим дисциплинам;

- закрепление знаний по теме "Многогранники", изученной ребятами на уроках математики;

- формирование у школьников умения использовать свои математические способности при решении нестандартных задач, задач итоговой аттестации, взятых из открытого банка заданий ЕГЭ по математике;

- организация работы в группах (сообща находить решение сложных для их возрастной группы задач);

- создание условий для выявления одаренных детей.

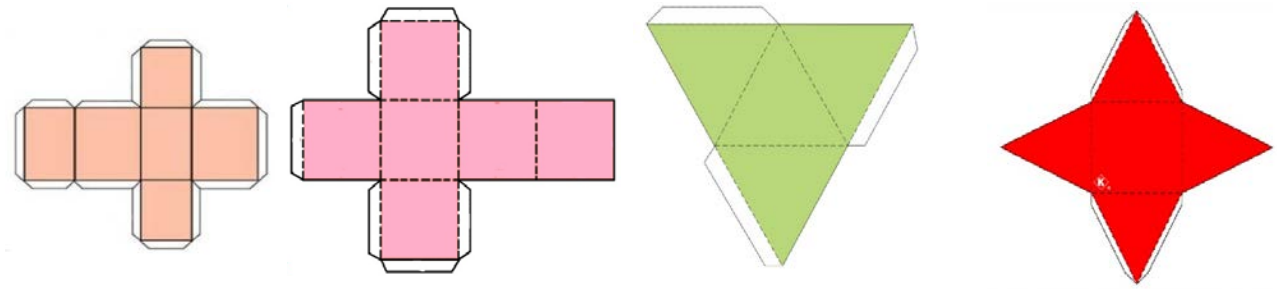
Краткое описание

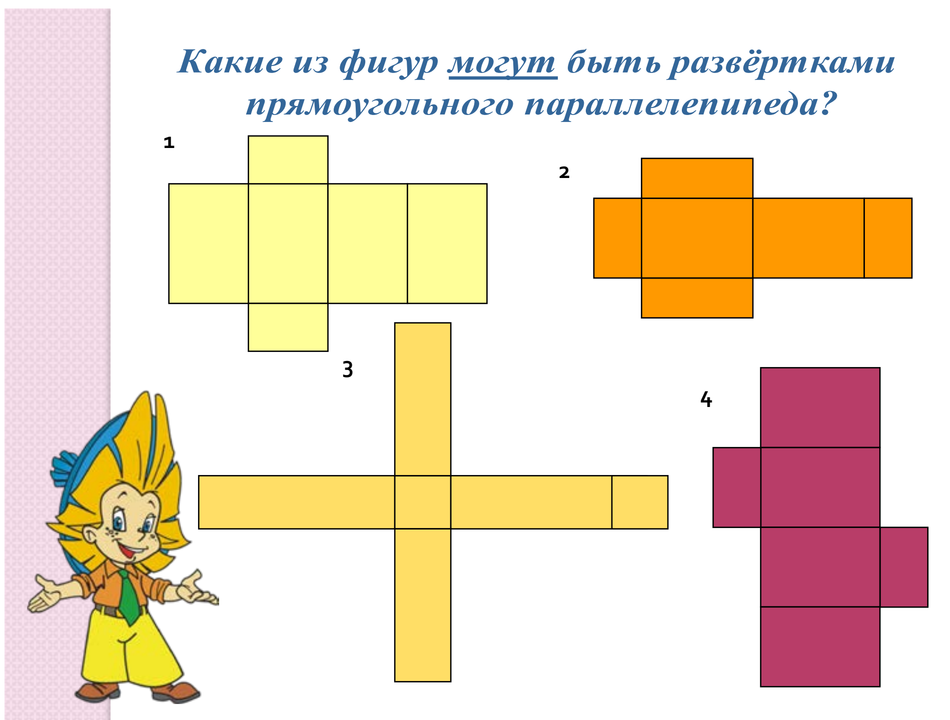
"Математического турнира знатоков объемных геометрических фигур":

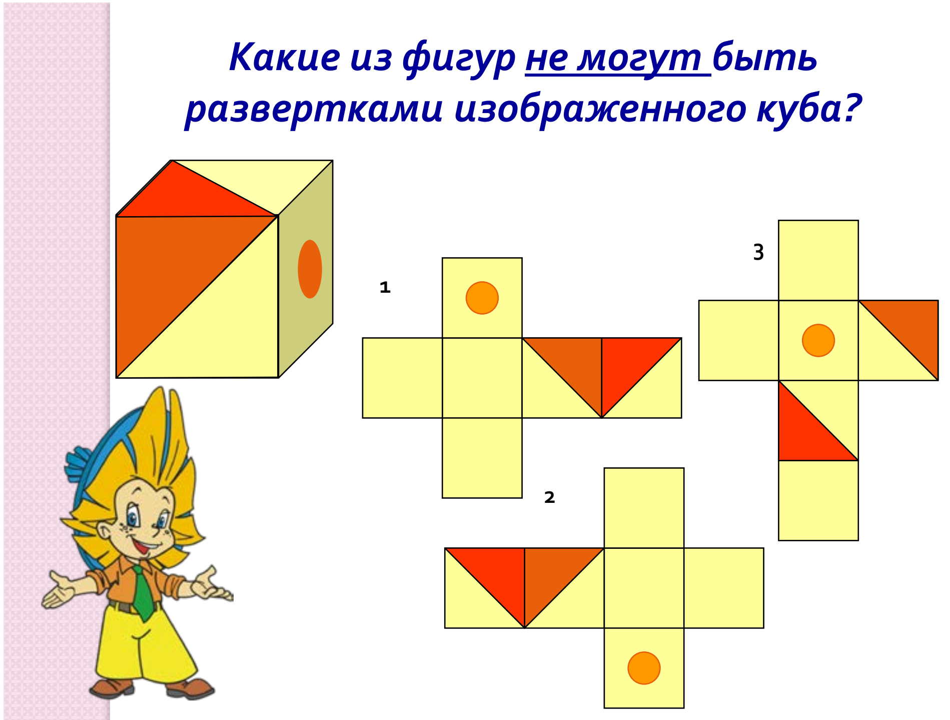
В нем участвуют учащиеся 5 класса, предварительно разделенные на две команды. Команды курируют две ученицы 11 класса (было важно для пятиклассников, пообщаться со старшеклассниками, для которых тема сдачи итоговой аттестации очень актуальна).

Турнир состоял из 3-х туров:

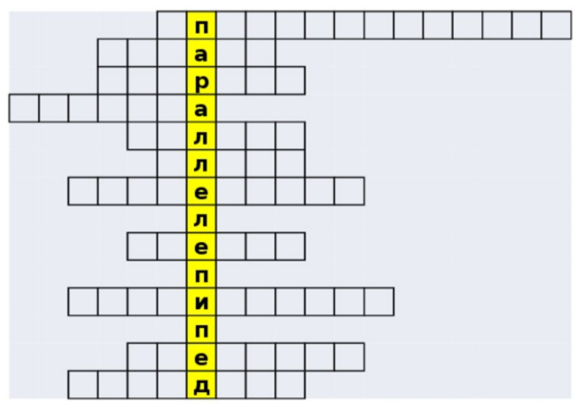
В 1 туре: командам предлагалось поработать с развертками фигур, дать письменную характеристику той фигуре, модель которой их команда выполняет, а также решить "задание на смекалку"





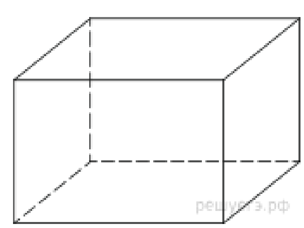


Во 2 туре: участникам команд предлагалось разгадать кроссворд на тему



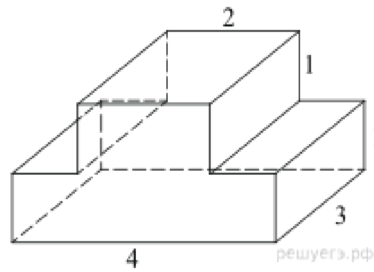
В 3 туре: командам предлагалось решить задачи (взятые из открытого банка заданий ЕГЭ по математике), за ходом решения которых следили и давали первичную оценку правильности их решения одиннадцатиклассницы, курирующие команды.

Задачи, предлагаемые для решения пятиклассникам:

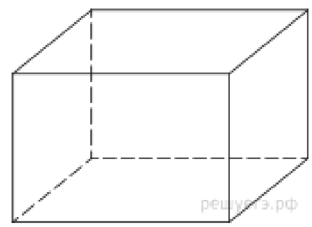


1) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3см и 4см. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94 см2. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

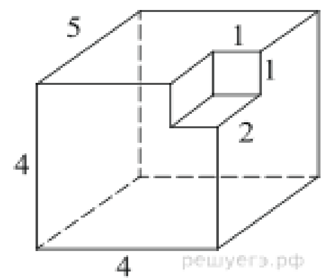
2) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке.



3) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Объем параллелепипеда равен 6. Найдите площадь его поверхности.



4) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке.



По завершению 3 тура и всего математического турнира, были подведены итоги мероприятия, оглашена команда - победитель, награждены участники.

АЛЬТЕРНАТИВА «УСТНОГО СЧЕТА» – МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

Андрианова К.С.
студент 2 курса очной формы обучения
факультета математики, физики, химии, информатики
направление подготовки: Педагогическое образование
Профиль «Теория и методика обучения математике»,
группы 17ТММм-о-21
ГОУ ВО МО «Государственный социально-гуманитарный университет», г.о.Коломна

С давних времен во всем мире практикуется принцип гуманистического воспитания детей. При этом уделять внимание нужно каждой стороне многогранной личности школьника. В связи с этим европейская гуманистическая педагогика выявила такие средства, которые помогают школьнику стать полноценным членом общества, не утратив при этом своей индивидуальности. Опыт зарубежных коллег переняли русские педагоги и мыслители, адаптировав его под специфику нашего государства, культуру и историю.

В последние годы учителя математики проводят большую работу по совершенствованию методики организации учебных занятий. Сделать урок более продуктивным учителю позволил отказ от шаблонной схемы занятий. Это помогло активизировать учащихся и улучшить индивидуальную работу в процессе обучения.

Перестройка урока привела педагогов к поиску новых форм занятий с учениками. Одной из них стал математический диктант. Эту форму выявили советские педагоги в 30-е и 40-е годы, однако, должного внимания она не получила. Предложенные образцы математических диктантов имели недостатки, а сама методика составления и их проведения в школе не была разработана.

Со временем положение изменилось и этот формат взаимодействия с учениками стал обретать осознанные цели, пришло понимание по объемам и содержанию математических диктантов.

Согласно пособию для учителей под редакцией П.Б. Ройтман «Повышение вычислительной культуры учащихся», математический диктант – это метод обучения, активизирующий учебно-познавательную деятельность учащихся на всех этапах процесса обучения посредством выполнения краткосрочной письменной работы, содержание которой определяется целями урока и подается в устной форме [1, с. 3].

Во время данной короткой письменной самостоятельной работы ученики воспринимают задание на слух (полностью или частично), решают его или записывают на листе только ответ. Это система связанных между собой вопросов продолжительностью 10-15 минут.

Как правило, школьникам привычнее и удобнее решать задачи, условия которой записаны на бумаге. Однако, если математические диктанты проводятся часто, дети постепенно приобретают необходимые навыки для восприятия условий задачи на слух.

Диктант является известной формой контроля знаний. Все педагоги перед началом изучения новой темы проверяют усвоили ли дети предыдущийматериал. Одиночный устный ответ у доски в этом случае не является эффективным средством проверки, так как в этом случае в диалоге участвуют не все ученики. Альтернатива «устного счета» - математический диктант. Отсюда – его место в учебном процессе: в самом начале того урока, на котором начинается изложение новой порции знаний. Отсюда и требование к содержанию математических диктантов: ответы на вопросы должны показывать, усвоено ли основное содержание ранее изложенного материала [2, с. 4].

Применяя математические диктанты, педагог:

1. организовывает и управляет учебно-познавательной деятельностью школьников, включая в работу всех без исключения;
2. формирует и проверяет знания, умения и навыки;
3. реализовывает индивидуальный подход в обучении;
4. получает надежную информацию об уровне усвоения программного материала и возможность оперативно заполнить пробелы в знаниях;
5. повышает математическую культуру учеников;
6. способствует развитию математической речи школьников.

В 70 – 80-е годы сотрудники лаборатории математики Научно-исследовательского института школьного оборудования и технических средств обучения Академии педагогических наук СССР разработали технологию учебных циклов и провели исследования на эффективность проведения математических диктантов. Выполняя арифметические действия устно, дети не только повторяют математические правила, но и осмысленно закрепляют их в памяти. Во время устных вычислений у учеников развивается внимание, сосредоточенность, самостоятельность, смекалка и выдержка.

Математические диктанты имеют свою классификацию, которая имеет свою дидактическую цель и форму заданий.

Существуют следующие виды диктантов:

1. На проверку усвоения основных понятий или определений. Применяется во время проверки домашнего задания, первичного закрепления, формирования умений и навыков. Состоит из заданий, в которых нужно на место пропусков вставить нужные слова, знаки или символы.

2. На проверку сформированности умения выполнять графические изображения. Это набор заданий, в результате правильного решения которых получится диаграмма, рисунок или график.

3. На проверку усвоения некоторых этапов алгоритма решения задачи. Может состоять из заданий, в которых варьируется один шаг алгоритма. Второй вариант — первое задание проверяет умение применить первый шаг алгоритма, следующее — второй и так далее.

4. На проверку умения найти решение ключевой задачи. Состоит из заданий, предполагающих многократное повторение главных вопросов изучаемой темы.

Эффективность математического диктанта зависит от правильного определения объема и содержания подобных занятий. Большую роль в усвоении материала играет грамотная организация: правильная постановка заданий и опроса, рациональное проведение учета знаний и навыков учащихся, правильное чередование устных и письменных вычислений. Основная цель математического диктанта – проверка знаний, умений и навыков учащихся. Проанализировав результаты диктанта, учитель получает информацию об уровне усвоения пройденного материала каждого учащегося, что позволяет быстро устранить пробелы в подготовке.

Список использованной литературы:

1. Ройтман П.Б. Повышение вычислительной культуры учащихся: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1981. – 49 с.
2. Арутюнян Е.Б., Волович М.Б., Глазков Ю.А., Левитас Г.Г. Математические диктанты для 5 – 9 классов. – М., 1991. – 80 с.

ОТКРЫТЫЙ УРОК В 5-М КЛАССЕ ПО МАТЕМАТИКЕ НА ТЕМУ: "СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ"

Атякина Е.В.
учитель математики
МОУ Радужненская СОШ, п. Радужный, г.о. Коломна

Цели урока:

- закрепить и обобщить знания учащихся по данной теме;
- развивать логическое мышление, внимательность, аккуратность;
- развивать зрительную память, математически грамотную речь, познавательный интерес, любовь к математики.

Оборудование: проектор, раздаточный материал.

Тип урока: обобщающий урок по теме.

Ход урока.

1. Вступительное слово учителя.

Мы с вами, ребята, закончили изучение темы “Сложение и вычитание натуральных чисел”. Сегодня у нас урок смотр – знаний. Но урок у нас необычный - ***урок-путешествие по сказочной стране.***

В некотором царстве, в волшебном государстве жили герои различных сказок. Жили дружно. Но вот в волшебную страну из царства “Натуральных чисел” забрёл как-то волшебник ***Числоед***. Он был в принципе добрым волшебником, но когда он обнаружил, что сказочные герои не очень-то хорошо знают математику, очень сильно рассердился и превратился в злого колдуна. Схватил первых попавшихся жителей волшебной страны и спрятал их в различных местах. Но недаром он был математиком. Препятствия на пути их спасения он поставил такие, что преодолеть их могут только знатоки математики. Нам предстоит помочь жителям волшебной страны и освободить сказочных героев попавших в беду.

(На доске вывешивается карта сказочной страны.)

2. Устный счёт. Математическое лото

У ворот стражник, чтобы попасть в волшебную страну следует выполнить следующие задания: нужно разгадать слово, загаданное стражником

- 14 плюс 0
- Найдите сумму 48 и 9
- 32 увеличить в 3 раза
- Первое слагаемее 800, а второе 77. Найдите сумму
- 455 плюс 545
- Сколько потребуется мешков для расфасовки 160 кг муки по 20 кг в мешок
- 48 уменьшить на 8
- В новом доме 21 этаж. На каждом этаже по 3 квартиры. Сколько всего квартир в этом доме, если в нем 10 подъездов.

Какое же слово у вас получилось? (Разность)

Что такое разность?

А теперь давайте вспомним:

- Как называются компоненты при сложении.

- Как называются компоненты при вычитании.

3. Верно ли неравенство.

В пустом и пыльном дворце на огромный замок закрыта ***Красная шапочка***. Чтобы открыть замок и освободить Красную шапочку нужно правильно сравнить натуральные числа.

Делаем № 216 стр. 59

Итак Красная шапочка на свободе.

4 .Решение примеров.

Давайте посмотрим на карту. Дальше наш путь лежит к пещере. В пещере живёт дракон. Он охраняет Золушку. Он отправился на охоту. Через 3 часа он вернется. Расстояние от Дворца до пещеры 10 км. Если мы будем двигаться со скоростью 5 км/час, успеем –ли мы освободить Золушку до возвращения дракона? (устно решаем задачу).

S= 10 км, w=5 км/час, t= ?

Вход в пещеру завален огромным камнем. Камень сдвинется и откроет вход в пещеру, если правильно решить все примеры написанные на карточках.

Вариант 1	**Вариант 2**
5677+4098	4098+40566
4098+37614	25726+46177
5677+398	4098+398
56798 - 9876	12030 - 11164
524278 - 344929	72430034-23082408

Поменяйтесь тетрадями и проверьте работу соседа. (Ответы на экране)

Камень отодвигается, Золушка на свободе.

Физкультминутка

Раз – подняться, подтянуться,

Два – согнуться, разогнуться,

Три – в ладоши три хлопка,

Головою три кивка.

На четыре – руки шире,

Пять – руками помахать,

Шесть – тихонько сесть!

5. Сравнение чисел.

Буратино Числоед заключил в мрачную башню. Вокруг башни глубокий ров и пройти через ров можно только по мосту. Но здесь нас ждёт западня. Доски сложены неправильно. И если кто-то взойдет на мост, то сорвётся и полетит в бездну. Как же быть? Если нам удастся расположить числа в порядке возрастания, то мы сможем пройти по мосту и освободить Буратино.

Расположить числа в порядке возрастания:

10001, 1111, 1202, 111, 1212, 1221.

(Задание записано на доске. Ученик решает на доске, остальные в тетрадях).

Ну вот мы и прошли через мост и попали в башню. А в башне огромный паук - верный слуга Числоеда, он охраняет Буратино. Этот паук очень любит задавать вопросы и, только услышав правильные ответы, становится добрым и освобождает свои жертвы.

Вопросы паука: - Сочетательный закон сложения.

- Переместительный закон сложения.

Буратино свободен.

6. Решение задач.

У нас остался один герой, которого нужно освободить - это любитель сыра ***Рокфор***. Он томится в плену у кота Толстопуза. Кота долгое время мучает вопрос.

Задача № 210 стр. 58

Ученик у доски решает задачу.

Итак, Рокфор тоже на свободе.

Числоед подобрел, злые чары с него спали и он превратился в доброго волшебника:

Спасибо вам друзья,
За ваши верные решенья,
И помнить будем мы всегда,
Что математика нужна
И это без сомнения.
Вы в сказках навели порядок
И чары спали с колдуна,
Теперь волшебная страна
Вам очень, очень благодарна.

7. Домашнее задание: раскрасить раскраски по ответам

8. Итог урока.

Объявляются оценки.

9. Рефлексия

Список используемой литературы:

1. Мерзляк А.Г. Математика. 5 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. - 3 изд., стереотип. - М.: Вентана-Граф ,2018 – 304 стр.
2. Мерзляк А.Г. и др. Дидактические материалы по математике для 5 класса. М.: Вентана-Граф, 2018. - 144 стр.: ил.
3. Гришина И.В. Математика. Тесты. 5 класс. Саратов: Издательство «Лицей» 2006. – 64 стр.
4. Ершова А.П. и др. Математика 5. Самостоятельные и контрольные работы. М.: Илекса. – 5-е изд., 2010. - 208 стр.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ RET ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Белый В.С.
ктн, учитель математики МБОУ ООШ №3
Коломенского городского округа

Введение. Проблема обеспечения требуемого качества образования в средней (основной) общеобразовательной школе XXI века обусловлена отношением отдельных учителей к качеству знаний учащихся [1, с. 140]. Результат образования во многом зависит от того, насколько сформированы индивидуальные приёмы и способы действий учителя и как проявляются топологические свойства учащихся. Любой учитель должен быть готов использовать различные средства и технологии не только для обучения, но и для воспитания и развития обучаемых.

Целью исследований является повышение качества знаний и СОУ школьников по математике за счёт внедрения в учебный процесс образовательной технологии RET.

Для достижения данной цели необходимо решить ряд взаимосвязанных между собой практических задач:

1. Разработка методики проведения ПЭ по повышению качества знаний и СОУ школьников по математике.

2. Разработка методики обучения школьников по технологии RET.

3. Апробация образовательной технологии RET в процессе проведения ПЭ и прогноз успеваемости обучаемых.

Гипотеза заключается в полезности технологии RET в решении проблемы повышения показателей успеваемости школьников, в частности повышение качества их знаний и СОУ по учебному предмету "Математика".

Постановка задачи. Успеваемость по математике учеников 6 класса общеобразовательной школы N в первом триместре представлены на рис. 2.

Период	Обучающихся	Успеваемость									Средний балл	% успев.	% кач. зн.	Общий СОУ (%)
		Отл	Хор	Уд	Неуд	Н/А	ОСВ	ЗЧ	НЗ	Нет оценки				
1-й триместр	19	1	2	16	0	0	0	0	0	0	3,21	100,0	15,79	42,32

Рис. 2. Успеваемость по математике 6 кл. общеобразовательной школы N

Из рисунка видно, что средний балл учащихся, качество их знаний и СОУ являются низкими. По результатам анализа успеваемости принято решение апробировать в течение второго триместра на учениках 6 класса образовательную технологию RET в надежде улучшить показатели успеваемости школьников. Задача заключается в определении значений параметров педагогической модели (ПМ), функционирующей в школьной образовательной среде (ШОС) и предполагающей использование методов, приёмов и способов обучения школьников в соответствии с сущностью и содержанием образовательной технологии RET. По результатам исследований принимается решение о состоятельности гипотезы о пользе новой образовательной технологии. Критериями принятия гипотезы (рис. 3) являются факты превышения наблюдаемых значений $Z_{набл}$ процента качества знаний и СОУ модуля критических значений $Z_{крит}$.

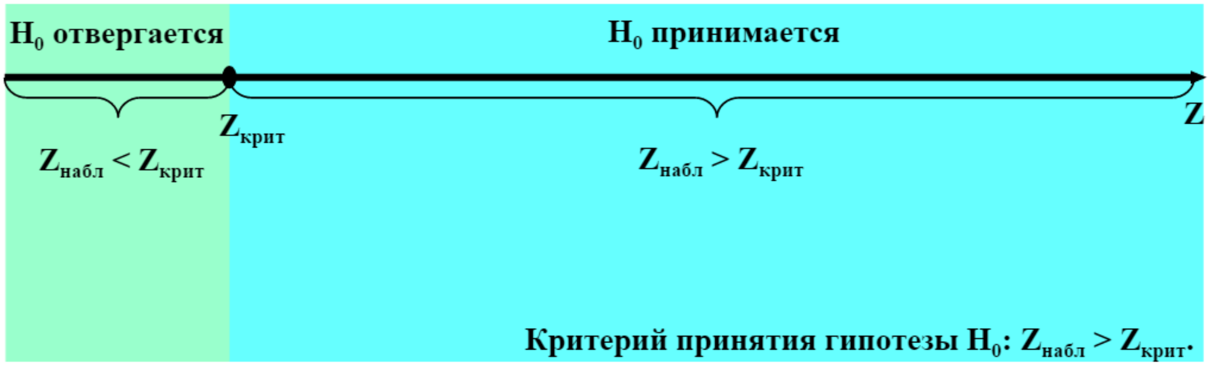


Рис. 3 - Критическая область и критерий принятия гипотезы

Используется правосторонняя критическая область. Критическими значениями показателя качества знаний и СОУ являются достигнутые значения этих показателей до апробации новой образовательной технологии.

Методика проведения ПЭ схематично представлена на рисунке 4.

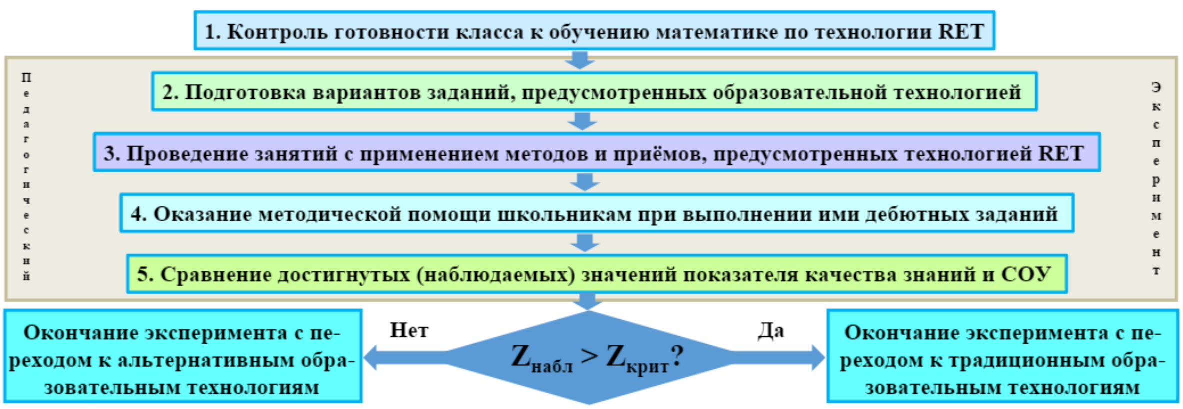


Рис. 4 - Структура методики проведения ПЭ

Образовательная технология RET впервые предложена в начале XX века в США философом и педагогом Джоном Дьюи. Технология RET (Rescue Educational Technology) - это образовательная технология, направленная на повышение уровня знаний обучаемых в конкретной предметной естественно-научной области, впервые опробована в опытной школе при Чикагском университете в 1908 году. Технология RET включает в себя процессы постепенного накопления во времени "критической массы" школьников, убеждённых в том, что полезно знать математику на "хорошо" и "отлично". Накопление "критической массы" осуществляется посредством применения "Окон Овертона". Схема процесса накопления показана на рис. 5.

Рис. 5 - Процесс накопления "критической массы" учащихся

Результатом применения технологии RET является переход ПМ из фактического качественного состояния в желаемое при условии, что эта она готова к такому переходу. Момент готовности системы к переходу наступает при появлении "критической массы" учащихся [2, с. 80].

Структура и содержание **методики повышения качества знаний и СОУ школьников** при использовании образовательной технологии RET представлена на рис. 6. Методика является своего рода "технологической картой" для реализации образовательной технологии непосредственно на исследуемой ПМ, функционирующей в ШОС в соответствии с заранее заданным алгоритмом.

Рис. 6 - Структура и содержание методики повышения качества знаний и СОУ школьников.

Результаты педагогического эксперимента представлены в виде таблицы на рисунке 7.

Период	Обучающихся	Успеваемость									Средний балл	% успев.	% кач. зн.	Общий СОУ (%)
		Отл	Хор	Уд	Неуд	Н/А	ОСВ	ЗЧ	НЗ	Нет оценки				
2-й триместр	17	1	9	7	0	0	0	0	0	0	3,65	100,0	58,82	54,59

Рис. 7 - Результат педагогического эксперимента

Несмотря на то, что в течение триместра в силу объективных обстоятельств примерно на 10% снизилось количество обучаемых, считается, что эксперимент проведён удачно. В частности, сравнивая данные представленных на рисунках 2 и 8 таблиц видно, что произошло резкое увеличение количество оценок "хорошо" и снижение оценок "удовлетворительно". Это обстоятельство не могло не отразиться положительно на обобщённых показателях успеваемости таких как средний балл, а также процентах качества знаний и степени обученности учеников.

Из анализа результатов ПЭ следуют **выводы**:

1. Критерии принятия основной гипотезы исследования H_0 ($Z_{набл} > Z_{крит}$) выполняется, поскольку наблюдается повышение значений показателей качества знаний и СОУ на 43.03% и 12.27% соответственно.

2. Полезность образовательной технологии RET подтверждается фактом выполнения указанного критерия, а это обстоятельство говорит о достижении цели проведённого исследования.

Список использованной литературы:

1. Белый В.С. Технология повышения качества знаний по математике учеников общеобразовательных школ // Научная дискуссия современной молодёжи: Актуальные вопросы, достижения и инновации. Сборник статей VII Международной научно-практической конференции (Пенза, 17 февраля 2019 г.) - Пенза - 2019. - С. 136-142.

2. Дьюи Джон. Понятие рефлекторной дуги в психологии. // Интеракционизм в американской социологии и социальной психологии первой половины XX века: Сборник переводов: Москва. 2010. — С. 70-83.

ТЕХНОЛОГИЯ ИНТЕРАКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

Блохина М.В.
учитель математики
МОУ Пановская СОШ имени Героя Советского Союза
П.Л.Черябкина, г.о. Коломенский.

Сегодня многие методические новации и инновации связаны с реализацией интерактивного обучения, поскольку интерактивное обучение обладает большими потенциальными возможностями для выполнения социального заказа современного общества.

Технология интерактивного обучения представляет собой такую организацию учебного процесса, при которой практически все учащиеся оказываются вовлечёнными в процесс познания.

Слово «интерактив» произошло от английского слова «interact» (inter – взаимный, act - действовать).

Суть технологии интерактивного обучения состоит в том, что учебный процесс происходит в условиях постоянного, активного взаимодействия всех учащихся. Это базируется на сотрудничестве : учитель — ученик, ученик — ученик.

Важно, чтобы ученик не был пассивным объектом воздействия, а мог самостоятельно найти нужную информацию, обменяться мнением со своими сверстниками, участвовать в дискуссии, находить аргументы.

Учение становится полноценным только тогда, когда школьник овладевает не только знаниями, но и способами их приобретения.

Необходимо научить школьников ориентироваться в современном обществе, анализировать события, формулировать собственное мнение, оценивать и отвечать за свои действия, распределять ответственность.

Более широкое применение технологии интерактивного обучения предполагает, в первую очередь, изменение роли учителя. Учитель, как источник знаний, отступает на второй план. Учитель становится организатором такого учебного процесса, когда учащиеся самостоятельно изучают новое, решают задачи, находят пути решения проблемы, и затем могут поделиться своими знаниями с другими, научить своих товарищей. Учащиеся при этом активно общаются друг с другом, дискутируют, задают вопросы. Такие методы позволяют увеличить процент усвоения материала

Принципы интерактивных форм и методов обучения:

- ✓ Урок – не просто занятие, а общая работа.
- ✓ Все ученики равны независимо от физиологических особенностей, социального статуса, навыка.
- ✓ Каждый ученик имеет право на собственное мнение по любому вопросу.
- ✓ Нет места прямой критике личности учащегося.
- ✓ Все сказанное на уроке – не руководство к действию, а информация к размышлению.

Другими словами интерактивная методика обучения – это специальная форма организации познавательной деятельности, в которой обучающиеся оказываются вовлеченными в процесс познания, они имеют возможность понимать и рефлектировать по поводу того, что они знают и думают. Следует обратить внимание на то, что в ходе подготовки урока на основе интерактивных форм обучения перед учителем стоит вопрос не только в выборе наиболее эффективной и подходящей формы обучения для изучения конкретной темы, а открывается возможность сочетать несколько методов обучения для решения проблемы, что, несомненно, способствует лучшему осмыслению учащихся.

Уроки с использованием интерактивной методики обеспечивают благоприятные условия для решения педагогических задач с учетом возможностей учащихся. Учитель, применяющий интерактивные методы, работает в режиме творческого соавторства. Он должен быть готов к нестандартным ситуациям. Такие уроки помогут, как совершенствовать умения и навыки учителя, так и расширить кругозор учащихся. Следовательно, интерактивные методы обучения – это стратегия и методология, включающие в себя как групповую, так и индивидуальную работу.

Для решения учебных задач учителем могут быть использованы следующие интерактивные приемы, которые способствуют вовлечению обучающихся в

активный процесс получения и переработки знаний:

«Карусель»

Учащиеся размещаются в два круга лицом друг к другу. Некоторое время каждая пара обменивается информацией, своими мыслями; после этого учащиеся внешнего круга перемещаются по кругу к следующему партнёру. Можно предварительно предложить учащимся подготовить вопросы по теме и провести по кругу опрос.

«Незаконченное предложение» даёт возможность отработать форму выражения собственных идей, сравнить их с другими. Работа с такой методикой даёт присутствующим возможность преодолевать стереотипы, свободнее выражаться на заданную тему. С помощью данного приема можно как осуществить проверку знаний, умений и способов действия учащихся, так и проверить знания и способы действия, усвоенные на уроке.

«Дерево удачи ». Каждая группа получает стикеры разных цветов по количеству участников, на которых написаны истинные или ложные математические высказывания. На доске два импровизированных дерева, на одном из которых написано «ДА», а на другом «НЕТ». Каждому необходимо прикрепить свои листочки на нужное дерево. Данный прием позволяет реализовать принципы классификации.

Прием «Я уже знаю» включает два этапа. На первом этапе педагог выделяет ключевое понятие изучаемой темы и предлагает учащимся за определенное время выписать как можно больше слов или выражений, связанных, по их мнению, с предложенным понятием. Важно, чтобы школьники выписывали все, приходящие им на ум, ассоциации. Учащиеся выполняют работу индивидуально. Обсуждение полученных записей происходит в парах (группах). Учащиеся выделяют совпадающие представления, наиболее оригинальные идеи, вырабатывают коллективный вариант ответа. Следующий этап — «сброс идей в корзину». Каждая пара (группа) поочередно называет одно из выписанных выражений. Педагог фиксирует реплики на доске. Основное условие – не повторять то, что уже было сказано другими.

Прием «Мозговой штурм» проводится в группах численностью 5-7 учащихся. В каждой группе выбирается ведущий, следящий за выполнением правил, направляющий деятельность учащихся, а также секретарь, фиксирующий предложенные идеи на отдельном ватманском листе. Учитель проводит инструктаж, объясняя особенности предстоящей деятельности. Проводится первичное обсуждение и уточнение проблемы, требующей решения. Решение проблемы состоит из трех этапов:

1. Создание банка идей – учащиеся стараются предложить максимальное количество вариантов решения (никакой критики!).

2. Анализ идей – все высказанные идеи группа рассматривает критически, стараясь найти в каждой идее рациональное звено.

3. Обработка результатов – учащиеся отбирают наиболее интересные решения, готовят на их основе проект ответа.

Далее проводится защита и обсуждение предложенных учащимися проектов.

Прием «Синтез идей» предусматривает выполнение группами поэтапно всех видов заданий урока:на отдельных листах бумаги 1-я группа выполняет первое задание, 2-я — второе и т. д. После выполнения заданий 1-я группа отдаёт свой листок для доработки 2-й группе, вторая — третьей и т. д. Когда доработанный листочек возвращается к «хозяевам», каждая группа презентует свои исследования с учётом дополнений одноклассников. Перед началом работы можно создать отдельную экспертную группу, которая будет оценивать продуктивность работы всех групп.

Таким образом, интерактивное обучение – несомненно, интересное, творческое, перспективное направление нашей педагогики.

Применение интерактивной технологии обучения на уроках математики влияет не только на успешное усвоение материала, что также выражается в увеличении хороших оценок, и на отношение обучающихся к предмету. Наблюдение за работой учеников на уроках показало, что в процессе использования интерактивного обучения изменяется психологический климат на уроке. Урок перестает быть актом передачи информации от учителя к ученику, формируются новые отношения, в которых учитель и ученик выступают в роли партнеров при достижении одной цели, каждый из которых вносит индивидуальный вклад. Обучающиеся при этом испытывают ощущение успешности.

Использование интерактивной технологии делает процесс обучения результативнее. Главный результат – это горящие глаза обучающихся, воспитанников, их готовность к творчеству, потребность в получении новых знаний и ощущение самостоятельности. Приемы интерактивной технологии позволяют делать уроки, не похожими друг на друга. Это чувство постоянной новизны способствует интересу к ученью. Процент успеваемости и качества знаний растет вместе с интересом обучающихся, воспитанников к предмету.

Список использованной литературы:

1.Мясоед Т.А. «Интерактивная технология обучения. Специальный семинар для учителей», М., 2004 – 151 с.

2. Кашлев С.С., Технология интерактивного обучения./С.С.Кашлев – М.,2005г.

3. Современные технологии обучения. Методическое пособие по использованию интерактивных методов в обучении / Под ред. Г.В.Борисовой., Т.Ю. Аветовой и Л.И. Косовой. – СПб.: Изд-во «Полиграф-С», 2002. -79 с.: ил.

Интернет-ресурсы:

1. https://infourok.ru/statya-tehnologiya-interaktivnogo-obucheniya-1075798.html

2. http://fb.ru/article/230997/chto-takoe-interaktivnaya-tehnologiya-obucheniya-aktivnyie-i-interaktivnyie-tehnologii-obucheniya

3. http://mirznanii.com/a/180427/interaktivnye-metody-i-formy-obucheniya

ВРЕД ВО БЛАГО С «МАТЕМАТИЧЕСКИМИ ХИТРОСТЯМИ»
ОТ ANTONI ION

Буевич Е.О.
Магистрант 2 курса ФМФХИ
кафедра математики и МПМД
ГОУ ВО МО «Государственный социально-гуманитарный университет», г.о. Коломна

Что вызовет у вас у вас больший ужас? Забытые дома зонт на случай дождя, проездной на трамвай, кошелек, ключи от автомобиля, не выключенный утюг, ребенок или ваша маленькая черная коробочка под названием – смартфон? Именно он, ваш смартфон, будет самым страшно-забытым атрибутом. Ведь он и расплатится в магазине, и пропустит вас в общественный транспорт, проверит, выключен ли утюг, заведет машину, узнает, где ваш ребенок и скажет, куда ему идти, дабы вы встретились. Разве что от дождя он вас не спасет, но предупредит, а предупрежден – значит вооружен. Но не только решение бытовых проблем подарило нам основное изобретение первой двадцатки 21 века. Этот уникальный коннектор со всем и всеми также одарил нас и массовым нарушением шейного отдела позвоночника, зрения, преждевременным заболеванием Паркинсона и Альцгеймера. Он, по мнению многих исследований, также украл у нас большую часть свободного времени, качественный сон, безопасность за рулем и общение с живыми людьми… Я скажу сейчас очевидную мысль: «Безграмотное взаимодействие с чем угодно, будь то телефон, автомобиль или ребенок, ведет к плачевным результатам». Увы, безграмотность, пока что одерживает верх.

Эта статья из семейства: «Увы, но надо идти в ногу со временем или как использовать во благо смартфон на уроках математики» А конкретнее, мы поговорим сегодня о том, как разнообразить такой важный этап урока как разминка, то есть устный счет. Сегодня мы не будем тратить чернила для подчеркивания важности этого этапа, этапа который присутствует практически перед началом каждого урока. Сегодня, дорогой мой собеседник, мы поговорим вот о чем: «Сколько раз мы спрашивали себя, не списывает ли Васечкин свои ответы у Петрова? Иванова действительно считает или же делает вид? Бедная Герасимова, ей бы складывать 23 плюс 17, а я требую от нее деление десятичных дробей. Или же наоборот, бедный Никита, он устно находит квадратные корни, а я его мучаю умножением на 11, как бы он не заскучал. И вот вопрос, где найти время педагогу с 25 часами для составления индивидуальной программы?» Ответ есть, и спрятан он в мобильном приложении «Математические хитрости» от иностранного разработчика «Antoni Ion». Давайте познакомимся с этим приложением поближе. Приложение версии PRO платное, но то что дает бесплатная его версия уже предоставляет огромный горизонт возможностей. Поговорим именно о бесплатной версии. Приложение идет на всех платформах, полностью на русском, имеет четыре раздела, не включая настройки:

- **Тренировка**. Включает в себя 4 режима игры:

1. <u>До предела</u>**.** На каждый пример дается 20 секунд, при правильном ответе выдается новый пример, при неправильном примере обучающая подсказка, в которой объясняется, как решать данный пример. И так до бесконечности.

2. <u>Минутный штурм</u>**.** Дается всего одна минута на решение бесконечного количества примеров, есть обучающие подсказки.

3. <u>На скорость</u>**.** Необходимо решить 20 примеров на скорость. Есть обучающие подсказки.

4. Без времени. Свободный режим. Есть обучающие подсказки.

- **Одиночная игра**.

Те же режимы, что и в тренировке, но с ограниченным количеством обучающих подсказок.

- **Совместная игра**.

Дается от 5 до 35 примеров на скорость. Кто первый даст правильный ответ, тот получает очко. Соответственно у кого больше очков тот и победил.

- **Наизусть.**

Таблица умножения, только ее максимум не 10 на 10, а 100 на 100.

Арифметические операции, которые позволяет отрабатывать данное приложение:

- Сложение путем округления чисел
- Вычитание из 1000
- Вычитание путем округления чисел
- Таблица умножения
- Умножение на 11
- Умножение двухзначных чисел имеющих равные десятки и сумму единиц равной 10
- Умножение двухзначных чисел оканчивающихся на 1
- Умножение чисел между 11 и 19
- Умножение на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 18, 19, 20, 25, 50, 99, 500
- Деление на 2, 4, 5, 20, 25, 40, 50
- Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5
- Возведение в квадрат чисел между 10 и 19, 40 и 49, 50 и 59 90 и 99, 100 и 109

- Извлечение квадратного корня
- Нахождение 5, 20, 25, 50, 200, 250, 300, 500 процентов от числа.

В любом режиме игры можно поставить какое-то конкретное упражнение. К примеру, ученик может отрабатывать только умножение на 5 или умножение на 11 плюс извлечение квадратного корня, или же отрабатывать все сразу. Также в любом режиме игры существует 5 уровней сложности, связанные лишь с величиной чисел.

Как мы видим, бесплатное приложение действительно дает немало возможностей. Оно позволит дать каждому индивидуальный подход, возможность с точностью сказать, кто решает, а кто нет, и как решает. К тому же данное приложение может простимулировать отработку устного счета не только в рамках урока. Ведь за любое взаимодействие с программой, за каждый правильный ответ выдается определенное количество очков, и ведется статистика. Ученики могут отрабатывать устный счет и дома. Почему бы не поставить самым активным потом оценки?

В заключении хотелось бы сказать, что не нужно бояться использовать телефоны на уроках! Попробуйте!

ФОРМИРОВАНИЕ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Быкова Е.А.
учитель математики
МБОУ СОШ №12, г.о. Коломна

Переход общества к рыночной экономике требует не только создания соответствующих экономических, финансовых, управленческих структур, но и формирования из представителей нового поколения экономически грамотных людей, способных принимать грамотные финансовые решения.

Финансовая грамотность учащихся должна формироваться на основе того комплекса предметов, которые изучаются на протяжении всего обучения в школе.Однако особая роль в формировании финансовой грамотности у учащихся принадлежит математике, так как именно на уроках математики должен быть сформирован математический аппарат для решения финансовых задач, учащиеся должны познакомиться с рядом специальных терминов и научиться выполнять элементарные экономические расчеты.

В содержании школьных учебников имеются задачи финансовой направленности, однако необходимо отметить, что учащиеся в задачах, которые имеют экономические понятия, видят только повод для математических действийи не обращают внимание на их экономическое содержание.В связи с этим считаю, что школьный курс математики нуждается в корректировке, дополнении практико-ориентированными финансовыми задачами.

В5-6 классе при изучении раздела «Проценты» можно познакомить учащихся с такими понятиями, как«накладная», «налог», «НДС», «скидка», «вклад», «налог на прибыль», «ссуда»,а также рассмотретьряд практико-ориентированныхзадач, связанных с процентными расчетами.

Во внеурочной деятельности можно продолжить работу над темой «Проценты» через проекты:«Национальные валюты», «Процентные расчеты», «Формирование семейного бюджета».

В 7 классе введение понятия линейной функции позволяет рассмотреть в качестве примеров функции спроса и предложения, а при введении понятия вероятности можно предложить следующие темы проектов: «Азартные игры и вероятность выигрыша», «Признаки и риски финансовых пирамид».

В 8-9 классе можно начать разбирать задачи с экономическим содержанием: например, о банковских вкладах с разными условиями, о выплате по кредиту и о кредитных условиях.

При изучении темы«Квадратные уравнения» и знакомстве с квадратным корнем можно вводить задачи о налогах, рыночном равновесии, начислении зарплат и премий, задачи на соотношение спроса и предложения.

При изучении арифметической и геометрической прогрессии можно рассмотреть финансовые задачи по расчету возрастания вклада,произвести расчеты по некоторым видам кредитов и депозитов, сводящихся к формулам сумм арифметической и геометрической прогрессии.

В 10-11 классе ученики уже знают о показательной и логарифмической функции, и мы можем использовать свойства этих функций при решении задач.

Учащимся можно предложить задачи по расчету минимального срока кредита, удовлетворяющего тем или иным условиям,интересные финансовые задачи, привязанные к реальным событиям жизни.

Таким образом, решение практико-ориентированных финансовых задач позволяет адаптировать теоретические основы школьного курса математики и лишенные практического смысла задачи к жизненным ситуациям, с которыми придётся сталкиваться школьникам.

Список использованной литературы:

1. Вендина А.А., Малиатаки В.В. Формирование финансовой культуры школьников посредством уроков математики // Теоретические и методологические проблемы современного образования: Материалы XIX Международной научно-практической конференции. Научно-информационный издательский центр «Институт стратегических исследований». 2014. С. 31–34.
2. https://rosuchebnik.ru/material/formirovanie-finansovoy-gramotnosti-v-kurse-matematiki-dlya-5-11-klass-pedm/

ЭСТЕТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Власова Л.В.
учитель математики ПКК, МОУ Пановской СОШ
имени Героя Советского Союза П.Л. Черябкина, г.о. Коломна

Эстетическое воспитание следует рассматривать как составную часть всестороннего развития личности. Через эстетическое воспитание можно осуществлять расширение и углубление знаний и представлений школьников о реальной действительности, формирование их взглядов. Эстетическое воспитание играет большую роль и в процессе приобретения математических знаний. Математика имеет сою красоту и изящество, но всегда ли они видны школьнику?

Поэтому одна из задач преподавания математики заключается в том, чтобы выявить красоту предмета и использовать её для эффективного развития и воспитания интереса школьников к математике.

Учителя математики не должны упускать возможности обратить внимание учащихся на некоторые факты литературы, связанные с математикой. Имеются в виду, прежде всего отдельные страницы биографий математиков и литераторов.

Использование стихов на уроках математики способствует созданию эмоционального фона урока. Стихи разрывают монотонность речи педагога, переводят слушателей в иной ритм и тем притягивают их внимание. Кроме того, стихи могут объяснить то, о чём только толковал учитель, используя логические рассуждения, но сделать это не с помощью логики, а путём обращения к образам. Устав от логики, учащиеся ждут и ищут чего – то другого. Стихи дают им то другое – иной способ выражения мыслей. Обычно рифмуется известная школьная истина (теорема, аксиома), либо фабула какой – то задачи излагается в стихах, - чтобы сделать эту задачу более привлекательной. В такой работе необходимо руководствоваться требованиями самой математики – достоверность информации, корректность постановки задачи.

Лёгкий юмор фабулы, неожиданность ситуации или развязки, доставляемой решением задачи. Стройность геометрической формулы. Изящество решения, под которым понимается сочетание красоты и оригинальности методов его получения,- вотосновные элементыэстетики занимательных задач на «соображение». Через занимательность проникает в сознание ученика сначала ощущение прекрасного, а затем при последовательном систематическом изучении математики, и понимание красоты её методов.

Художественные произведения – это благодатный материал для развития эстетических представлений на уроке, в том числе и на уроке математики.

Литературно – художественные задачи, которые ставят перед читателями авторы романов, повестей и рассказов, зачастую представляют собой занятные математические головоломки, позволяющие эстетично закодировать чисто математические выкладки.

Особый интерес представляют собой задачи из «Путешествия Гулливера» Дж. Свифта. Самые удивительные страницы этой книги те, где описаны его необычные приключения в стране крошечных лилипутов и в стране великанов. В стране лилипутов высота, ширина, толщина – всех людей, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов, наоборот, в 12 раз больше. Почему же автор избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму (1фут = 12 дюймов) в английской системе мер.

Ставя перед учащимися подобные задачи, мы открываем для них возможность осмысления и освоения математического знания в эстетической, художественной форме, а, следовательно закладываем основу эстетического воспитания, объединяя возможности математики и искусства.

Список использованной литературы:

1. Фирстова Н.И. Эстетическое воспитание при обучении математике в средней школе: Учебное пособие. - М.: Прометей, 2013. – 128 с.

ПРЕИМУЩЕСТВА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МНОГОГРАННИКОВ

Волгин П.М.
Магистрант 1 курса ФМФХИ
ГОУ ВО МО «Государственный социально-гуманитарный университет», г.о. Коломна

Многогранники – это важная тема в изучении математики в школе. Эта тема одна из основных в традиционном курсе школьной геометрии. Они составляют, можно сказать, центральный предмет стереометрии. Изучение параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей, двугранных углов и другое, так же как введение векторов и координат, – все это только начала стереометрии, подготовка средств для исследования ее более содержательных объектов – главным образом тел и поверхностей.

Стандартные многогранники рассматриваются еще в пятом классе (если брать учебник А. Г. Мерзляка «математика 5 класс», тема многогранники рассматривается на странице 145 в теме «прямоугольный параллелепипед»). В этом учебнике в первый раз в основной школе рассказывается о первых многогранниках, о параллелепипеде и пирамиде. Ученику не понятно, что из себя представляет параллелепипед. Ему сначала кажется, что это очень длинное и непонятное слово. Но после демонстрации учителем моделей многогранников, ученику становится понятна визуальная составляющая многогранника.

Но все же у многогранников есть множества свойств, которые затруднительно продемонстрировать на обычной трехмерной модели. Также вызывает затруднение тот факт, что учащимся приходится изображать проекции многогранников в тетради, то есть двумерные изображение уведенных трехмерных моделей.

На помощь могут прийти средства из информатики, а именно компьютерные технологии. Чем же они будут полезны? Во-первых, это визуализация. Как уже было сказано ранее, важно показать ученику не сам многогранник, а проекцию многогранников на листе. С использованием компьютерных технологий (а именно проектора и презентации) можно показать именно проекцию геометрического тела на экране. Учащийся сразу поймет, как необходимо построить многогранник на листе после демонстрации фигуры на экране.

Но это еще не все преимущества, которые могут дать компьютерные технологии. Например, с помощью программы «DG-геометрия» можно закрепить тему многогранников.

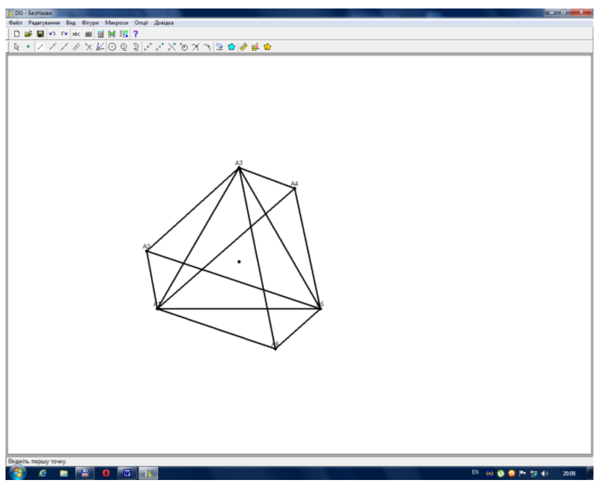


Рис. 1. Приложение DG-геометрия

Эта программа подходит не только для обрисовки геометрических тел, но и для решения задач.

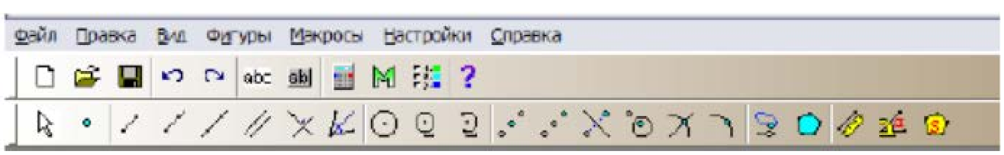


Рис.2. Панель инструментов

Основной функцией программы является визуальное представление правильных многогранников, их построение в пространстве и отображении в плоскостях, и изучение свойств. На основе этой программы можно закрепить материал, решать задачи на свойства многогранников, изменять их размеры и многое другое. Такая программа, как уже было изложено, подходит для закрепления материала, когда вся тема изложена и нет смысла тратить время на отрисовку тел, а можно заняться визуальными задачами.

Возникает вопрос: как же ввести эти компьютерные технологии в методике обучения многогранников? Я думаю, что хорошим шагом в изучении многогранников станет именно закрепление материала с использованием компьютерной программы «DG-геометрия» или любого другого аналогичного приложения. Объяснение нового материала, конечно, лучше показать на настоящих моделях и на проекции. Затем, уделить несколько уроков на построение объектов, на решение задач с использованием многогранников в тетради, а затем отвести несколько уроков на решение визуальных задач с использованием компьютерных программ, как, например, «DG-геометрия». В итоге получится очень объемная и метапредметная реализация темы. Причем, именно по такой методике изучения многогранников можно обучать не только в основной школе (5 класс по учебнику А. Г. Мерзляка), но и в старшей школе, когда начинается тема введение в стереометрию и говорится о более сложных многогранниках. Не в каждой школе может найтись модель того или иного многогранника. Компьютерные технологии позволяют не только наглядно продемонстрировать фигуру, но и решать задачи школьного курса геометрии.

Список использованной литературы:

1. Математика: 5 класс : учебник для учащихся в общеобразовательных организаций/ А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир – 2-е изд., перераб. – М. : Вентанаграф, 2016. 304с. : ил.

2. Изучение правильных многогранников с использованием программы «DG-геометрия» [Электронные ресурс] – режим досутпа: https://videouroki.net/razrabotki/izuchieniie-pravil-nykh-mnoghoghrannikov-s-ispol-zovaniiem-proghrammy-dg-ghieomi.html - загл. с экрана (дата обращения 25.03.2019)

ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Гончарук А.В.
учитель математики высшей кв. категории
МОУ Непецинская СОШ, Коломенский г.о.

Одной из основных целей изучения математики является развитие мышления, в первую очередь абстрактного мышления. С точки зрения воспитания творческой личности особенно важно, чтобы в структуру мышления учащихся, кроме алгоритмических умений и навыков, которые сформулированы в стандартных правилах, формулах и алгоритмах действий, вошли эвристические приёмы, как общего, так и конкретного характера. Эти приёмы, в частности, формируются при поиске решения задач повышенного уровня сложности. В процессе изучения математики также формируются и такие качества мышления, как сила и гибкость, конструктивность и критичность. Для адаптации в современном информационном обществе важным фактором является формирование математического стиля мышления, включающего в себя индукцию и дедукцию, обобщение и конкретизацию, анализ и синтез, классификацию и систематизацию, абстрагирование и аналогию.

Обучение математике дает возможность школьникам научиться планировать свою деятельность, критически оценивать ее, принимать самостоятельные решения, отстаивать свои взгляды и убеждения. В процессе изучения математики школьники учатся излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, приобретают навыки четкого и грамотного выполнения математических записей, при этом использование математического языка позволяет развивать у учащихся грамотную устную и письменную речь.

Во многом это воспитание осуществляется на уроках, в том числе – уроках математики. Основная задача учителя –не столько быть источником знаний, сколько создать условия для процесса познания так, что ученику невозможно не научиться. При этом необходимо воспринимать ученика как ценность, личность, носителя особого внутреннего мира, успехи которой надо видеть и поддерживать.

Перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников неизбежно возникающее представление о «сухости» науки математики. Этой же особенностью науки в значительной мере объясняется специфика задач, стоящих перед учителем математики, желающим использовать преподавание своего предмета в воспитательных целях: с одной стороны - логическая стройность и строгость умозаключений призваны воспитывать общечеловеческую культуру, с другой –уроки математики дают огромную возможность для морального и эстетического воспитания. Изящество доказательств, свойство лаконичности математического языка, красота математической теории, прямая связь математики с красотой природы –основа для эстетического воспитания на уроках математики.

Основными воспитательными целями на уроках математике являются:

• воспитание культуры личности;

• отношение к математике как к части общечеловеческой культуры;

• понимание значимости математики для научно-технического прогресса;

• воспитание активности, самостоятельности, ответственности, трудолюбия;

• воспитание нравственности, культуры общения;

• воспитание эстетической культуры;

• патриотическое воспитание;

• воспитание графической культуры школьников.

Работа по воспитанию в процессе обучения математике будет эффективной, если она проводится в различных видах учебной деятельности:

• в процессе овладения теорией предмета,

• при устном счете и решении задач,

• в ходе выполнения домашних заданий,

• при составлении задач самими учащимися,

• в ходе выполнения творческой и исследовательской деятельности.

Все эти виды работ имеют свои особенности и возможности в воспитании.

Существует множество методов, приемов, которыми можно разбудить творческие способности и возможности учеников. Учительский труд очень сложен, потому что его основа – человеческие отношения. Из школьных наук многое забывается, но не забудется доброе слово, сказанное тихо, в минуту, когда ребенок разочаровался или отчаялся, не забудется общение с умным, понимающим собеседником.

Любой урок несет огромный воспитательный потенциал и поэтому на учителя возлагается большая ответственность, чтобы не навредить ребенку. Методически правильно построенный урок воспитывает каждым своим моментом.

При реализации воспитательной функции, при изучении математики первое, с чем сталкиваюсь - это выдвижение воспитательных задач урока. Провожу диагностику уровня воспитанности каждого ученика и класса в целом. Также обсуждаю с детьми те качества личности, которые будут затрагиваться на уроках. Это необходимо для того, чтобы ученик понимал, что нужно ему самому. Это необходимо для того, чтобы ребенок в этом процессе не был «слепым», а понимал, что хочу помочь воспитать в нем, и что необходимо ему самому. В этом случае ребенок будет анализировать свои поступки и действия осмысленно, и мне легче корректировать воспитательные задачи урока. Круг воспитательных задач определен, далее идет самый сложный и ответственный этап в работе: как реализация задуманного. При составлении плана урока продумываю виды деятельности ученика на каждом этапе урока в связи с поставленными воспитательными задачами.

Как можно начать урок, чтобы он нес воспитательный заряд? Имеется в работе немало различных способов и приемов начать урок.

1. Например, можно начать урок таким способом. Назовем его образно «раскручивание формулировки темы». На доске записывается тема урока и ученикам предлагается вдумчиво вчитаться и высказать свои соображения. Обсуждение строится по принципу диалога ученик-учитель, ученик-ученик. В результате решается сразу несколько педагогических задач:

- Во-первых, ученики сами выдвигают задачи урока, что позволяет воспитывать творческое мышление, смелость своих суждений, культуру речи.

- Во-вторых, перед ними возникает проблема, которую им придется решать на уроке, что позволяет воспитывать критическое мышление, ответственность, волевые качества.

- В–третьих, ученики самостоятельно обозначают круг вопросов, которые требуют актуализации. На этом этапе происходит умственное воспитание, воспитание уверенности в своих силах.

- В-четвертых, эти несколько минут рассуждений вслух, мотивируют деятельность учащихся на уроке и создают рабочий настрой.

Ученики активно включаются в обсуждение, они не боятся высказывать свои мысли вслух. Поскольку при «раскручивании» формулировки темы на поверхность выходят чаще всего понятия, с которыми они уже встречались, то активное участие принимают в обсуждении как «сильные» и «средние» ученики, так и «слабые». Такой прием позволяет создать ситуацию успеха на уроке, реализует нравственное воспитание.

2.Урок можно начать с выполнения таких упражнений, которые выведут на возможность создать проблемную ситуацию. Например, при изучении темы формулы сокращенного умножения, можно организовать самостоятельное открытие формулы куб суммы (разности) двух выражений. Какой воспитательный потенциал несет такой прием? Происходит умственное воспитание, воспитывается творческая самостоятельность, сила воли, трудолюбие, ответственность. Когда формула открыта и записана на доске, делается акцент на красоте формулы, анализируется какими способами ее можно получить, тем самым реализуется эстетическое воспитание.

3. Урок можно начать с практической работы исследовательского характера. Например, при изучении темы «Сумма углов треугольника» в начале урока раздадим каждому вырезанные из бумаги треугольники разного вида и предложим с помощью транспортира измерить все углы треугольника и найти их сумму. Обсуждая результаты практической работы, ученики делают вывод, что сумма у всех получилась примерно одинаковая – появляется гипотеза, которую нужно доказать. Проведение такой работы позволяет воспитывать критическое мышление, трудолюбие, аккуратность, позволяет создать ситуацию успеха, вызывает интерес, создает мотивы к изучению темы.

Список использованной литературы:

1. Воспитание учащихся при обучении математике. /Составитель Пичурин Л.Ф., Москва, Просвещение, 2013

2. Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. Москва, Просвещение, 2015
3. Кожабаев К.Г. О воспитательной направленности обучения математик в школе: Кн. Для учителя.-М.: Просвещение, 1988

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ИНФОРМАЦИИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Грищенко Елена Вячеславовна
учитель математики
МБОУ СОШ №15, г. о. Коломна

«Математика - наука для глаз, а не для ушей»
Гаусс

Нарастающие темпы совершенствования передовых информационных технологий, информационная насыщенность современного мира, стимулируют нововведения в сфере образования. Основной задачей современного образования является создание таких условий, при которых учащиеся сумеют полностью раскрыть свои способности и возможности в получении знаний, применять их на практике в поиске рациональных путей решения проблем, самостоятельно критически мыслить и определить линию своей личной и профессиональной деятельности. При этом крайне необходима система обучения эффективной работы с большим объемом учебной информации, технология, позволяющая решать проблемы компоновки знаний и их оперативного использования.

Такой системой является технология визуализации учебной информации, включающая в себя комплекс учебных знаний, визуальные способы их предъявления, визуально-технические средства передачи информации и набор психологических приемов использования и развития визуального мышления в процессе обучения.

Эффективность усвоения информации достигается путем ведения записей подобно тому, как мозг хранит и воспроизводит информацию. Физиологи П.К. Анохин, Д.А. Поспелов и др. доказали, что это происходит не линейно, списком, аналогично речи или письму, а в переплетении слов с символами, звуками, образами и чувствами. Технология визуализации вытекает из психологических закономерностей, в соответствии с которыми эффективность усвоения повышается, если наглядность в обучении выполняет не только иллюстративную, но и когнитивную функцию, то есть используются когнитивные графические учебные элементы. Это приводит к тому, что к процессу усвоения подключается «образное» правое полушарие. В то же время «опоры» (рисунки, схемы, модели), компактно иллюстрирующие содержание, способствуют системности знаний. По мнению З.И. Калмыковой, абстрактный учебный материал, прежде всего, требует конкретизации, и этой цели соответствуют различные виды наглядности – от предметной до абстрактной, условно-знаковой. «При восприятии наглядного материала человек может охватить единым взглядом все компоненты, входящие в целое, проследить возможные связи между ними, произвести категоризацию по степени значимости, общности, что служит основой не только для более глубокого понимания сущности новой информации, но и для ее перевода в долговременную память» [1,с. 28].

Применение технологии визуализация предполагает свертывание информации в начальный образ, представление ее в сжатом виде. Под «сжатием» информации понимается ее обобщение, укрупнение, систематизация и генерализация. Наилучшее усвоение программного материала особенно на уроках математики достигается при подаче учебной информации одновременно на четырех кодах: рисуночном, числовом, символическом и словесном. Суть рассматриваемой технологии сводится к систематическому использованию в учебном процессе визуальных моделей и рациональных приемов «сжатия» информации. При этом сами визуальные образы являются не иллюстрацией к мысли автора, а проявлением самого мышления учащихся.

Методологический фундамент рассматриваемой технологии составляет принцип когнитивной визуализации, в основе которого лежит применение «Карты понятий» и «Интеллект - карты» (рис. 1).

Рис. 1

Применение технологии визуализации на уроках математики начинается с графического способа отображения сведений и понятий в виде позиционных суждений, представляющие собой карты понятий. Два или более понятия связываются между собой каким-либо отношением объекта и его характерным свойством, графически изображаются в виде фигур, соединенных линией или стрелкой. Внутри пишутся понятия, а рядом со стрелками – название вида связи (рис.2)

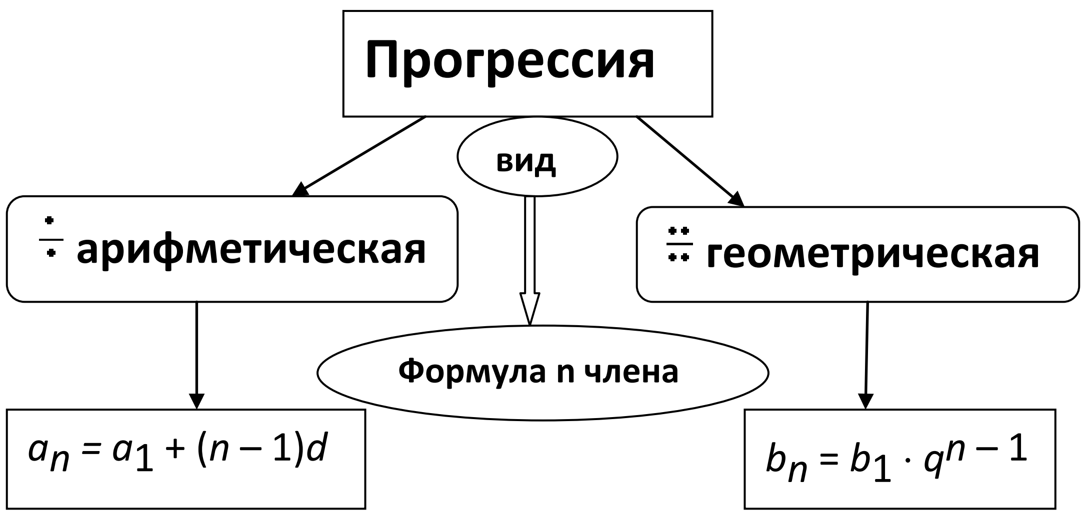


Рис. 2

После того как учащиеся научатся выражать учебную информацию в виде карты понятий, используя логические и специфические предметные виды связей, можно переходить к построению интеллект – карт (рис. 3).

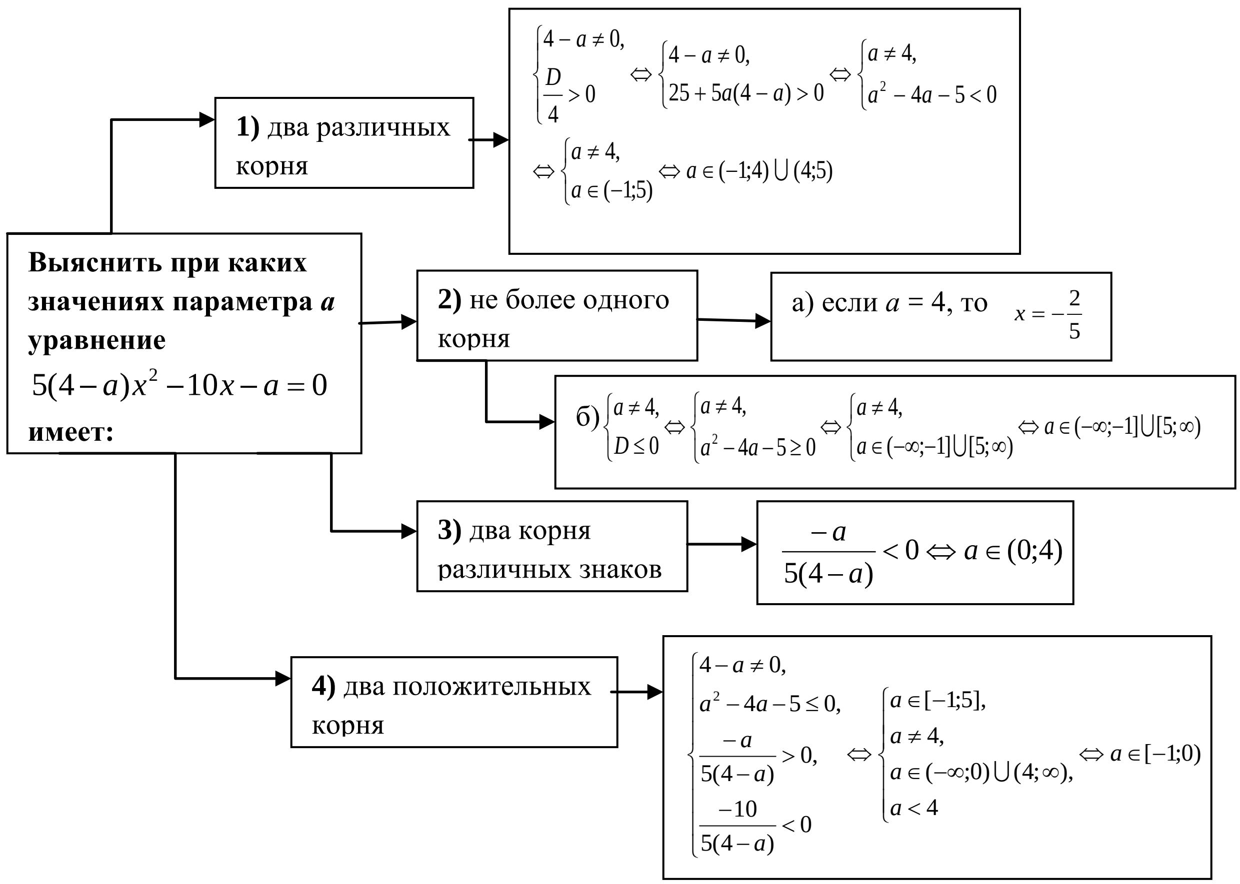


Рис. 3

Создание математических интеллект - карт и карт понятий это увлекательный процесс. Ученик вовлекается в разнообразную деятельность, в которой он сам добывает знания, проводя опыты, свободно высказывая свои мысли или впечатления. Наглядные пособия или опорные конспекты в виде интеллект - карт и карт понятий стимулируют интеллектуальный компонент, поддерживают эмоциональное настроение. Формируют способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий.

Как показывает практика [2, с. 126], применение технологии визуализации учебной информации на уроках математики способствует интенсификации обучения, активизации учебной и познавательной деятельности, приводит к формированию и развитию критического, визуального мышления и зрительного восприятия (рис. 4 [3, с. 6]).

Рис. 4

Список использованной литературы:

1. Визуальное мышление и проблемы восприятия и понимания учебной информации http:// www2.asu.ru

2. Грищенко Е. В. Технология интеллект – карт: инновационный продукт при решении задач с параметрами в инклюзивном образовательном процессе//Современные научные исследования. Выпуск3 - Концепт. – 2015

3. Когнитивные образовательные технологии XXI века/Бершадский М. Е. http://bershadskiy.ru/index/metod_intellekt_kart/0-32

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ И ЗАДАЧИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ УРОВНЯ ИНТЕЛЛЕКТА ШКОЛЬНИКОВ

Карамышева Н.А.
учитель математики МБОУ СОШ №21,
магистрант 2 курса
ГОУ ВО МО «Государственный социально-
гуманитарный университет», г.о. Коломна

Определения словарей, поясняющие значение слова «математика», романтичны. Словарь живого великорусского языка В.И. Даля: «Математика – наука о величинах и количествах; все, что можно выразить цифрою, принадлежит математике; – чистая математика занимается величинами отвлеченно; – прикладная математика прилагает первую к делу, к предметам.

Математика делится на арифметику и геометрию, первая располагает цифрами, вторая протяжениями и пространствами. Алгебра заменяет цифры более общими знаками, буквами; аналитика (включающая в себе и алгебру) добивается выразить все общими формулами, уравнениями, без помощи чертежа. Прикладная математика, по предмету зовется: механикою, оптикою, геодезию и прочее».

«Математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах окружающего нас мира. Понимание самостоятельного положения математики как особой науки возникло в Древней Греции в VI-V вв. до нашей эры. Математика объединяет комплекс дисциплин: арифметика (теория чисел), алгебра, геометрия, математический анализ (дифференциальное исчисление и интегральное исчисление), теория множеств, теория вероятностей и многое другое.

Математика характеризуется [1]:

- ✓ высокой степенью абстрактности ее понятий (точки – без размеров, линии – без толщины, множества любых объектов любой численности и так далее);
- ✓ высокой степенью их общности (например, в алгебре буква обозначает любое число, в математической логике рассматриваются произвольные высказывания и прочее).

Абстрактность и общность понятий математики позволяют один и тот же математический аппарат применять в различных науках» – вторит Далю «Большая российская энциклопедия».

Итак, математика – это особый язык и даже особый мир, в который мы, тем не менее «наведываемся» по сотне раз на дню – когда ходим в магазин, готовим обед, звоним по телефону, моем полы, купаем ребенка и так далее. Более того, стоит нам вытянуть вперед руки и взглянуть на пальцы, мы уже оказываемся в мире математики.

В основе интеллекта лежит развитое мышление. Процесс развития мышления методически состоит в формировании и развитии обобщенных приемов умственных действий (сравнение, обобщение, анализ, синтез, сериация, классификация, абстрагирование, аналогия и прочее), что является общим условием функционирования самого мышления как процесса в любой области познания, в том числе и в математике [3].

Бесспорным фактом является то, что сформированность умственных действий школьника является абсолютной необходимостью для развития его математического мышления. Не случай н о эти умственные действия именуются также приемами логических умственных действий.

Их формирование стимулирует развитие математических способностей ребенка. Одним из самых значительных исследований в этой области явилась работа швейцарского психолога Ж. Пиаже «Генезис числа у ребенка», в которой автор достаточно убедительно доказывает, что формирование понятия числа (а также и арифметических операций) у ребенка коррелятивно развитию самой логики: формированию логических структур, в частности формированию иерархии логических классов, то есть классификации, и формированию асимметричных отношений, то есть качественных сериаций.

Классификация, сериация являются приемами умственных действий, формирование которых невозможно без предварительного развития у ребенка операций сравнения, обобщения, анализа и синтеза, абстрагирования, аналогии и систематизации.

Математическое содержание оптимально для развития всех познавательных способностей (как сенсорных, так и интеллектуальных), приводит к активному развитию математических способностей ребенка.

Таким образом, еще до того, как ребенок выучит первую цифру, он уже знает довольно много о базовых математических понятиях, таких как величина, количество, прибавление и убавление, сравнение, множество и так далее. Решение несложных арифметических задач позволяет исследовать уровень развития практического математического мышления, определяются математические способности испытуемого, его арифметическое мышление.

Диагностируется легкость оперирования числовым материалом. Оценивается как правильность ответов, так и затраченное на решение время. На основе этого можно выделить различные виды математических упражнений для развития интеллекта младших школьников. Рассмотрим их примеры.

Упражнения, которые направлены на выявление уровня развития интеллекта [2]:

«Общий смысл: Индуктивное мышление, классификация, суждения, умозаключения»

Цель: определить способность обучаемого к обобщению и суждению.

Примечание: оценки за упражнение ухудшаются с возрастом, так как успешность его выполнения в большей мере определяется «текучим интеллектом» по Кеттеллу, чем успешность выполнения других упражнений вербальной шкалы.

«Арифметические задания: Математическое мышление, математические способности».

Цель: исследовать уровень развития практического математического мышления: Математический интеллект и арифметическое мышление, легкость оперирования числовым материалом.

Примечание: результаты зависят от профессии и уровня образования, мало изменяются с возрастом.

«Продолжение ряда: Ряды чисел, математическая логика, тест интеллекта».

Цель: исследовать индуктивное мышление, способность оперировать с числами, может определить наличие у обучаемого математических способностей, способность мысли угадывать дальнейший ход действий на основании текущей информации.

«Двумерные фигуры: Воображение, образное мышление, наглядно-образное мышление».

Цель: определить способность видеть, воспринимать и манипулировать объектами в уме, воспринимать и создавать зрительно-пространственные композиции. Воображение, представление, комбинаторное мышление, принятие решений.

«Трехмерные фигуры: Задания с кубиками - воображение, мышление, интеллект»

Цель: определить пространственное воображение и комбинаторные способности, диагностировать способности визуального синтеза, оценить точность и время принятия решения.

Примечание: задействована связь между воображением, мышлением и интеллектом.

Список использованной литературы

1. Кулагина И.Ю. Возрастная психология / И.Ю. Кулагина. М.: Исток, 2018. – 456 с.

2. Медведская В.Н. Формирование у старшеклассников умения работать над задачей / В.Н. Медведская // Высшая школа, 2017. – 300 с.

3. Тихомиров О.К. Психология мышления / О.К. Тихомиров. М.: Просвещение, 2016. – 272 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ПЕРЕХОДА ОТ ОДНОГО ОСНОВАНИЯ ЛОГАРИФМА К ДРУГОМУ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КЛАССАХ СО СЛАБЫМ ПОДБОРОМ УЧАЩИХСЯ

Сырников Д.Ю.
учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,
пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Для практикующих учителей математики общеизвестен тот факт, что зачастую учащиеся X – XI классов, едва самостоятельно справляющиеся со сдачей базового уровня ЕГЭ по математике, по разным причинам выбирают для сдачи профильный уровень. В настоящей статьемы хотим сообщить об одной методической находке, которая может быть полезна как для учащихся, слабоуспевающих по математике, так и для учителей, работающих в классах со слабым подбором учеников, сдающих, тем не менее, профильный уровень ЕГЭ по математике.

В большинстве школьных учебников алгебры для X – XI классов формула перехода от одного основания логарифма к другому выглядит следующим образом:

Если $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1. c > 0, c \neq 1$, то $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$. (1)

Заметим, между прочим, что условие $a \neq 1$ делает невозможным равенство нулю знаменателя дроби в правой части равенства (1). Если этим равенством нужно воспользоваться непосредственно, то с этим даже слабые учащиеся справляются более-менее успешно. Однако в задании № 9 профильного уровня ЕГЭ по математике часто встречаются задачи, которые быстро и легко решаются, если к ним применить формулу (1) не в том виде, как она записана здесь, а в несколько ином виде.

Для этого полезно сообщить учащимся следующее«правило» (подчеркнем, что мы говорим о по-настоящему слабых классах):

1. Если видите произведение или частное логарифмов, то выпишите формулу перехода логарифма от одного основания к другому в следующих четырех видах:

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b \ (1), \frac{\log_c b}{\log_a b} = \log_c a \ (2), \log_a b \cdot \log_c a = \log_c b \ (3),$$

$\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b (4)$.

2. Определите, какой из формул (1) – (4) мы будем пользоваться.

3. Запишите, какие числа «играют» в данном примере роль a, b и c.

4. Запишите правую часть той из формул (1) – (4), которой мы пользовались.

Наш опыт показывает, что несмотря на то, что формула (4) получается из (3) просто благодаря коммутативному закону умножения, тем не менее, слабые учащиеся не видят этого, и для них шансы решить задачу на применение указанных формул, если записать их все четыре, резко увеличиваются. Учащиеся, которые могут вывести формулы (2) – (4) из формулы (1) и не претендующие на высокие результаты по итогам окончания школы должны знать наизусть только основную формулу перехода. От тех же учащихся, кто не в состоянии вывести из одной формулы другую, а также от тех, кто претендует на высокие результаты на ЕГЭ, олимпиадах и конкурсных экзаменах и в связи с этим должен простейшие задачи решать быстро, целесообразно требовать знания всех четырех формул наизусть, помня об ограничениях на переменные, которые мы оговорили перед введением в рассмотрение формулы (1).

Приведем несколько примеров применения указанных формул. Естественно, что данные задания можно решать с помощью других свойств логарифмов, но здесь мы рассматриваем только формулу перехода от одного основания логарифма к другому. Во всех заданиях требуется найти значение данного выражения. Все приведенные решения можно вначале демонстрировать учащимся, а затем предлагать им подобные примеры для самостоятельного решения по аналогии.

1. $\frac{log_8 14}{log_{64} 14}$

Здесь мы воспользуемся формулой (2). В ней мы видим, что a=64, b=14, c=8. Выражение в правой части формулы (2) равно$\log_8 64 = 2$.

Ответ: 2.

2. $\frac{log_5 2}{log_5 13} + log_{13} 0{,}5$

В дроби воспользуемся формулой (1). В ней мы видим, что a=13, b=2, c=5. Правая часть формулы (1) равна $\log_{13} 2$. Далее применим свойство, позволяющее перейти от суммы логарифмов по одному основанию, к произведению подлогарифмических выражений.

$\log_{13} 2 + \log_{13} 0{,}5 = \log_{13}(2 \cdot 0{,}5) = \log_{13} 1 = 0.$

Ответ: 0.

3. $\frac{log_7 40}{log_7 8} + log_8 0{,}2$

В дроби воспользуемся формулой (1). В ней мы видим, что a=8, b=40, c=7. Правая часть формулы (1) равна $\log_8 40$. Далее действуем по аналогии с предыдущим примером.

$\log_8 40 + \log_8 0{,}2 = \log_8(40 \cdot 0{,}2) = \log_8 8 = 1.$

Ответ: 1.

4. $\log_2 7 \cdot \log_7 4$

Здесь мы воспользуемся формулой (4). В ней мы видим, что a=7, b=4, c=2. Выражение в правой части формулы (4) равно $\log_2 4 = 2$.

Ответ: 2.

В заключение заметим, что приведенные решения, не привнося ничего нового и оригинального, всего лишь показывают, как целесообразно применять формулу перехода от одного основания логарифма к другому в классах и школах с крайне низким уровнем математических способностей учащихся. Даже перемена мест множителей в произведении может сделать непосильную для некоторых задачу вполне решаемой.

Список использованной литературы:

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб.для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин]. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 384 с.: ил.

2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1: учеб.для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)/А. Г. Мордкович.-12-е изд., доп.-М.: Мнемозина, 2011.-400 с.: илл.

3. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.2: Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)/А. Г. Мордкович.-12-е изд., доп.-М.: Мнемозина, 2011.-239 с.: ил.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА ВСЕ НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА ОТ 2 ДО 102

Сырников Д.Ю.
учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,
пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Изучение признаков делимости на различные натуральные числа является одной из тем, изучаемых в школьном курсе математики V или VI класса, к которой затем учащиеся X и XI классов с углубленным изучением математики возвращаются на более глубоком уровне, и вновь приходят к ней в курсе теории чисел в вузе. Заметим, что то, что называется признаками делимости, на самом деле не только признаки, но и критерии, необходимые и достаточные условия, или характеристические свойства. Например, в признаке делимости на 10 говорится: «Число делится на 10 тогда и только тогда, когда это число оканчивается на цифру 0». Остальные признаки имеют схожую логическую структуру. Как видим, выражение «тогда и только тогда», говорящее об эквиваленции двух высказываний, это нечто большее, чем признак. Говоря исторически сложившееся слово «признак» просто отдают дань тому, что, как правило, важнее узнать делится ли одно число на другое, чем делать какие-то выводы о числе из самого факта этой делимости, хотя на самом деле различные задачи говорят, что бывает важным и то, и другое.

В базовом школьном курсе математики изучаются признаки делимости на 2, 3, 5, 9 и 10. Затем на более глубоком уровне к ним добавляются признаки делимости на 11, 2^kи 5^k при натуральных значениях k, некоторые энтузиасты знакомят учащихся с признаками делимости на 13, 17, 19, некоторые другие числа. В вузовском курсе теории чисел большую роль в выводе новых признаков делимости играют признак Паскаля, теория сравнений и незаслуженно забытый за последние десятилетия признак Лагранжа, являющийся обобщением признака Паскаля. Очень важным является признак делимости на составное число, который говорит о том, что натуральное число a делится на натуральное число b тогда и только тогда, когда оно делится на каждый из взаимно простых множителей, получающихся при разложении числа b на простые множители.

Знание признаков делимости, кроме чисто научного и практического интереса к этому вопросу, широко используется в олимпиадах всех уровней, в нескольких заданиях и базового, и профильного уровня ЕГЭ по математике.

Естественно, что хорошо и правильно, когда ученик школы или студент вуза может в любой момент самостоятельно вывести нужный ему признак делимости, но во многих случаях – в практической деятельности, на экзаменах, при острой нехватке времени и прочих ситуациях бывает полезно знать признаки делимости наизусть или быстро найти их в каких-либо источниках. Несмотря на обилие информации по признакам делимости в разных книгах, статьях и на различных сайтах в сети Интернет, найти большую подборку готовых к применению признаков делимости довольно непросто. Мы предлагаем в виде таблицы собранные из разных источников, приведенные к единому виду и снабженные разобранными примерами признаки делимости на натуральные числа от 2 до 102. Пользоваться этой таблицей можно по-разному. Ученик школы или студент вуза, интересующийся признаками делимости или часто использующий их при решении задач может найти здесь готовые признаки, попытаться их доказать и обобщить. Например, из признаков делимости на 21, 31, …, 101 индуктивно напрашивается общий вывод о признаке делимости на число, оканчивающееся цифрой 1, и попробовать доказать этот признак в общем виде было бы хорошим упражнением для школьника и студента. Люди различных профессий, где нужна теория чисел в готовом виде, могут воспользоваться этой таблицей, не затрудняя себя дополнительными поисками или выводами. Преподаватель вуза может использовать данные признаки для индивидуальных или групповых заданий, а также продолжить данную таблицу сам или призвать к этому своих студентов. Благо, что натуральных чисел бесконечно много и начатую работу можно продолжать до конца своих дней. Преподаватели информатики также могут использовать предлагаемые нами признаки в своей деятельности, так как сама «работа» признака делимости, как правило, очень хорошо алгоритмизуема.

Наконец несколько слов о том, как пользоваться предлагаемой таблицей. Если признак делимости на какое-то число очень прост и хорошо известен, то мы предлагаем его без примеров. Таковы признаки делимости на 2, 5 и другие числа, известные из базового школьного курса. Если нужно использовать признак делимости на составное число, то во второй колонке таблицы указано наилучшее разложение числа на множители. Например, если мы говорим, что $14 = 2 \cdot 7$, то нужно проверить делимость числа на 2 и на 7, и в этом случае примеров, как правило, не приводим. В некоторых случаях мы приводим несколько признаков делимости на одно и то же число. При решении задач нужно использовать один из этих признаков – наиболее удобный в рамках конкретной задачи. Если признак делимости является достаточно сложным в исполнении, то кроме словесной записи признака приводится пример, специально подобранный так, чтобы рассматриваемое в примере число делилось на число, признак делимости на которое мы рассматриваем. Чтобы вся таблица была ясна и понятна для использования, вначале внимательно прочитайте признаки делимости на 7.

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
2		Число оканчивается на четную цифру: 0, 2, 4, 6, 8
3		Сумма цифр числа делится на 3
4		1. Число, состоящее из двух последних цифр данного числа, делится на 4. 2. Число, равное сумме удвоенной предпоследней цифры и последней цифры данного числа делится на 4
5		Число оканчивается на 0, или на 5
6	$6 = 2 \cdot 3$	Число оканчивается на 0,2, 4, 6, 8, и сумма цифр числа делится на 3
7		1. Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на два. Если получившееся число делится на 7, то и исходное число делится на 7. Пр. 25123 $2512-3\cdot2=2512-6=2506$. 2506 делится на 7, значит и исходное число делится на 7. Можно было и дальше продолжить эту процедуру (в дальнейшем мы будем использовать выражение «Еще раз» в том случае, когда целесообразно повторить указанную процедуру один или несколько раз): $250-6\cdot2=250-12=238$ $23-8\cdot2=23-16=7$. Так как 7 делится на 7, то и 25123 делится на 7. 2. Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по три цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из трех, а из двух, или из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа, взяв крайнее правое со знаком «+», а далее – чередовать знаки «-» и «+». Если получившееся число делится на 7, то и исходное число делится на 7. Пр. 13155281097. Новые числа получились следующие: 97, 281, 155, 13. Составим из них знакопеременную сумму и вычислим её. $97-281+155-13=-42$. Так как -42 делится на 7, то и исходное число делится на 7.
8		Число, состоящее из трех последних цифр данного числа, делится на 8
9		Сумма цифр числа делится на 9
10		Число оканчивается на 0

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
11		1. Надо найти сумму цифр, стоящих на четных местах, сумму цифр, стоящих на нечетных местах, затем из большей суммы вычесть меньшую. Если эта разность делится на 11, то и само число делится на 11 (имей в виду, что 0 тоже делится на 11). Пр. 168794285 1+8+9+2+5=25; 6+7+4+8=25; 25-25=0. 0 делится на 11, значит и данное число делится на 11. 2. Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по две цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из двух, а из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа. Если полученное в результате сложения число делится на 11, то и исходное число делится на 11. Пр. 820697614. Новые числа получились следующие: 14, 76, 69, 20, 8. Составим из них сумму и вычислим её. 14+76+69+20+8=187. Так как 187 делится на 11, то и исходное число делится на 11. 3. Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по три цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из трех, а из двух, или из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа, взяв крайнее правое со знаком «+», а далее – чередовать знаки «-» и «+». Если получившееся число делится на 11, то и исходное число делится на 11. Пр. 639972564. Новые числа получились следующие: 564, 972, 639. Составим из них знакопеременную сумму и вычислим её. 564-972+639=231. Так как 231 делится на 11, то и исходное число делится на 11.
12	$12 = 3 \cdot 4$	Сумма цифр числа делится на 3, и число, состоящее из двух последних цифр данного числа, делится на 4
13		1. Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 4. Если получившееся число делится на 13, то и исходное число делится на 13. Пр. 5891821 $589182+1\cdot4=589186$. Еще раз. $58918+6\cdot4=58942$. $5894+2\cdot4=5902$, $590+2\cdot4=598$, $59+8\cdot4=91$, $9+1\cdot4=13$. Так как 13 делится на 13, то и исходное число делится на

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		13. 2. Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по три цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из трех, а из двух, или из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа, взяв крайнее правое со знаком «+», а далее – чередовать знаки «-» и «+». Если получившееся число делится на 13, то и исходное число делится на 13. Пр. 418431. Новые числа получились следующие: 431, 418. Составим из них знакопеременную сумму и вычислим её. 431-418=13. Так как 13 делится на 13, то и исходное число делится на 13.
14	14 = 2·7	
15	15 = 3·5	Сумма цифр числа делится на 3, и число оканчивается на 0 или на 5
16		Число, состоящее из четырех последних цифр данного числа, делится на 16
17		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 5. Если получившееся число делится на 17, то и исходное число делится на 17. Пр. 366928 36692-8·5=36652. Еще раз. 3665-2·5=3655, 365-5·5=340. Так как 340 делится на 17, то и исходное число делится на 17.
18	18 = 2·9	Число оканчивается на четную цифру: 0, 2, 4, 6, 8, и сумма цифр числа делится на 9
19		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на два. Если получившееся число делится на 19, то и исходное число делится на 19. Пр. 75639 7563+9·2=7563+18=7581. Еще раз. 758+1·2=760 Так как 76 делится на 19, то и исходное число делится на 19.
20		Число оканчивается на 00, 20, 40, 60, 80
21	21 = 3·7	Кроме указанного в предыдущей ячейке разложения существует следующий признак: Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		из получившегося числа эту цифру, умноженную на 2. Если получившееся число делится на 21, то и исходное число делится на 21. Пр. 110649 11064-9·2=11046. Еще раз. 1104-6·2=1092, 109-2·2=105, 10-5·2=0. Так как 0 делится на 21, то и исходное число делится на 21.
22	22 = 2·11	
23		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 7. Если получившееся число делится на 23, то и исходное число делится на 23. Пр. 188991 18899+1·7=18906. Еще раз. 1890+6·7=1932, 193+2·7=207, 20+7·7=69. Так как 69 делится на 23, то и исходное число делится на 23.
24	24 = 3·8	Сумма цифр числа делится на 3 и число, состоящее из трех последних цифр данного числа, делится на 8
25		Число оканчивается на 00, 25, 50, 75
26	26 = 2·13	
27		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 8. Если получившееся число делится на 27, то и исходное число делится на 27. Пр. 971298 97129-8·8=97065. Еще раз. 9706-5·8=9666. 966-6·8=918, 91-64=27. Так как 27 делится на 27, то и исходное число делится на 27.
28	28 = 4·7	
29		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 3. Если получившееся число делится на 29, то и исходное число делится на 29. Пр. 185948 18594+8·3=18618. Еще раз. 1861+8·3=1885, 188+5·3=203, 20+3·3=29. Так как 29 делится на 29, значит и исходное число

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		делится на 29.
30	$30 = 3 \cdot 10$	Сумма цифр числа делится на 3, и число оканчивается на 0
31		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 3. Если получившееся число делится на 31, то и исходное число делится на 31. Пр. 80104 $8010-4\cdot3=7998$. Еще раз. $799-8\cdot3=775$, $77-5\cdot3=62$, $6-2\cdot3=0$. Так как 0 делится на 31, то и исходное число делится на 31.
32		Число, состоящее из пяти последних цифр данного числа, делится на 32
33	$33 = 3 \cdot 11$	
34	$34 = 2 \cdot 17$	
35	$35 = 5 \cdot 7$	
36	$36 = 4 \cdot 9$	Число, состоящее из двух последних цифр данного числа, делится на 4, и сумма цифр числа делится на 9
37		Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по три цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из трех, а из двух, или из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа. Если получившаяся сумма делится на 37, то и исходное число делится на 37. Пр. 10719418. Новые числа получились следующие: 418, 719, 10. Составим из них сумму и вычислим её. $418+719+10=1147$. Еще раз. $147+1=148$. Так как 148 делится на 37, то и исходное число делится на 37.
38	$38 = 2 \cdot 19$	
39	$39 = 3 \cdot 13$	
40		Число, состоящее из трех последних цифр данного числа, делится на 40 (число оканчивается на 000, 040, 080, 120, 160, … , 960)
41		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 4. Если получившееся число делится на 41, то и исходное число делится на 41. Пр. 104468

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		10446-8·4=10414. Еще раз. 1041-4·4=1025, 102-5·4=82, 8-2·4=0. Так как 0 делится на 41, то и исходное число делится на 41.
42	42 = 2·3·7	
43		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 13. Если получившееся число делится на 43, то и исходное число делится на 43. Пр. 54008 5400+13·8=5400+104=5504. Еще раз. 550+13·4=550+52=602. 60+2·13=60+26=86. Так как 86 делится на 43, то и исходное число делится на 43
44	44 = 4·11	
45	45 = 5·9	Число оканчивается на 0 или на 5, и сумма цифр числа делится на 9
46	46 = 2·23	
47		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 14. Если получившееся число делится на 47, то и исходное число делится на 47. Пр. 608509 60850-9·14=60724. Еще раз. 6072-4·14=6016. 601-6·14=517. Так как 517 делится на 47, то и исходное число делится на 47.
48	48 = 3·16	Сумма цифр числа делится на 3, и число, состоящее из четырех последних цифр данного числа, делится на 16
49		1. Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 5. Если получившееся число делится на 49, то и исходное число делится на 49. Пр. 402535 40253+5·5=40278. Еще раз. 4027+8·5=4067, 406+7·5=441, 44+1·5=49. Так как 49 делится на 49, то и исходное число делится на 49. 2. Надо разбить число на несколько новых чисел справа

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		налево – по две цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из двух, а из одной цифры. Затем нужно умножить все получившиеся числа, кроме крайнего правого, на 2, 2^2, 2^3, … и сложить получившиеся произведения. Если получившаяся сумма делится на 49, то и исходное число делится на 49. Пр. 28469 Новые числа получились следующие: 69, 84 и 2. Составим из них сумму и вычислим её. 4·2+2·84+69=8+168+69=245. Еще раз. 45+2·2=49. Так как 49 делится на 49, то и исходное число делится на 49.
50		Число оканчивается на 00, или 50
51	51 = 3·17	Кроме указанного в предыдущей ячейке разложения существует следующий признак: Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 5. Если получившееся число делится на 51, то и исходное число делится на 51. Пр. 332928 33292-8·5=33252. Еще раз. 3325-2·5=3315, 331-5·5=306, 30-6·5=0. Так как 0 делится на 51, то и исходное число делится на 51.
52	52 = 4·13	
53		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 16. Если получившееся число делится на 53, то и исходное число делится на 53. Пр. 841216 84121+6·16=84217. Еще раз. 8421+7·16=8533, 853+3·16=901, 90+1·16=106. Так как 106 делится на 53, то и исходное число делится на 53.
54	54 = 2·27	
55	55 = 5·11	
56	56 = 8·7	
57	57 = 3·19	
58	58 = 2·29	
59		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 6. Если получившееся число делится на 59, то и исходное число делится на 59. Пр. 319839 31983+9·6=32037. Еще раз. 3203+7·6=3245, 324+5·6=354, 35+4·6=59. Так как 59 делится на 59, то и исходное число делится на 59.
60	60 = 3·20	Сумма цифр числа делится на 3, и число оканчивается на 00, 20, 40, 60, 80
61		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 6. Если получившееся число делится на 61, то и исходное число делится на 61. Пр. 401441 40144-1·6=40138. Еще раз. 4013-8·6=3965, 396-5·6=366, 36-6·6=0. Так как 0 делится на 61, то и исходное число делится на 61.
62	62 = 2·31	
63	63 = 9·7	
64		Число, состоящее из шести последних цифр данного числа, делится на 64
65	65 = 5·13	
66	66 = 6·11	
67		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 20. Если получившееся число делится на 67, то и исходное число делится на 67. Пр. 63717 6371-7·20=6231. Еще раз. 623-1·20=603. Так как 603 делится на 67, то и исходное число делится на 67.
68	68 = 4·17	
69	69 = 3·23	
70	70 = 10·7	
71		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 7. Если получившееся число делится на 71, то и исходное число

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		делится на 71. Пр. 414711 41471-1·7=41464. Еще раз. 4146-4·7=4118, 411-8·7=355, 35-5·7=0. Так как 0 делится на 71, то и исходное число делится на 71.
72	72 = 8·9	Число, состоящее из трех последних цифр данного числа, делится на 8, и сумма цифр числа делится на 9
73		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 22. Если получившееся число делится на 73, то и исходное число делится на 73. Пр. 624953 62495+3·22=62561. Еще раз. 6256+1·22=6278, 627+8·22=803, 80+3·22=146. Так как 146 делится на 73, то и исходное число делится на 73.
74	74 = 2·37	
75	75 = 3·25	Сумма цифр числа делится на 3, и число оканчивается на 00, 25, 50, 75
76	76 = 4·19	
77	77 = 7·11	
78	78 = 2·3·13	
79		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 8. Если получившееся число делится на 79, то и исходное число делится на 79. Пр. 673949 67394+9·8=67466. Еще раз. 6746+6·8=6794, 679+4·8=711, 71+1·8=79. Так как 79 делится на 79, то и исходное число делится на 79.
80	80 = 8·10 80 = 16·5	
81		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 8. Если получившееся число делится на 81, то и исходное число делится на 81.

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		Пр. 529902 52990-2·8=52974. Еще раз. 5297-4·8=5265, 526-5·8=486, 48-6·8=0. Так как 0 делится на 81, то и исходное число делится на 81.
82	82 = 2·41	
83		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 25. Если получившееся число делится на 83, то и исходное число делится на 83. Пр. 707741 70774+1·25=70799. Еще раз. 7079+9·25=7304, 730+4·25=830. Так как 830 делится на 83, то и исходное число делится на 83.
84	84 = 3·4·7	
85	85 = 5·17	
86	86 = 2·43	
87	87 = 3·29	
88	88 = 8·11	
89		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем прибавить к получившемуся числу эту цифру, умноженную на 9. Если получившееся число делится на 89, то и исходное число делится на 89. Пр. 464491 46449+1·9=46458. Еще раз. 4645+8·9=4717, 471+7·9=534, 53+4·9=89. Так как 89 делится на 89, то и исходное число делится на 89.
90	90 = 9·10	Сумма цифр числа делится на 9, и число оканчивается на 0
91	91 = 13·7	Кроме указанного в предыдущей ячейке разложения существует следующий признак: Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 9. Если получившееся число делится на 91, то и исходное число делится на 91. Пр. 52962 5296-2·9=5278. Еще раз. 527-8·9=455, 45-5·9=0.

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
		Так как 0 делится на 91, то и исходное число делится на 91.
92	92 = 4·23	
93	93 = 3·31	
94	94 = 2·47	
95	95 = 5·19	
96	96 = 3·32	
97		Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 29. Если получившееся число делится на 97, то и исходное число делится на 97. Пр. 505661 50566-1·29=50537. Еще раз. 5053-7·29=4850. Так как 485 делится на 97, то и исходное число делится на 97.
98	98 = 2·49	
99	99 = 9·11	
100		Число оканчивается на 00
101		1. Надо разбить число на несколько новых чисел справа налево – по две цифры в каждом числе. При этом крайнее левое число может состоять не из двух, а из одной цифры. Затем нужно сложить получившиеся числа, взяв крайнее правое со знаком «+», а далее – чередовать знаки «-» и «+». Если получившееся число делится на 101, то и исходное число делится на 101. Пр. 590547. Новые числа получились следующие: 47, 5, 59. Составим из них знакопеременную сумму и вычислим её. 47-5+59=101. Так как 101 делится на 101, то и исходное число делится на 101. 2. Надо убрать у числа последнюю цифру, а затем вычесть из получившегося числа эту цифру, умноженную на 10. Если получившееся число делится на 101, то и исходное число делится на 101. Пр. 261489 26148-9·10=26058. Еще раз. 2605-8·10=2525, 252-5·10=202, 20-2·10=0. Так как 0 делится на 101, то и исходное число делится на 101.

Число	Оптимальное представление числа в виде произведения множителей	Признак делимости
102	102 = 2·3·17	

Список использованной литературы:

1. Андронов И.К., Окунев А.К. Арифметика рациональных чисел. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1971.- 399 с.: ил.

2. Арнольд И.В. Теория чисел: Учебное пособие. – Изд. стереотип. – М.: ЛЕНАНД, 2018. – 288 с.

3. Бухштаб А. А. Теория чисел: Учебное пособие. – 4-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2015.- 384 с.: ил.

4. Воробьев Н. Н. Признаки делимости.–2-е изд., испр. – М.: Наука, 1974. – 77 с.

НЕКОТОРЫЕ ПРИЗНАКИ РАВНООСТАТОЧНОСТИ ПРИ ДЕЛЕНИИ НА СОСТАВНОЕ ЧИСЛО, ЯВЛЯЮЩЕЕСЯ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ СТЕПЕНЕЙ ДВУХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Сырников Д.Ю.

учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,

пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Признаком равноостаточности мы будем называть правило, которое позволяет по двум данным натуральным числам не равным единице определить остаток от деления первого числа на второе. Например, признак равноостаточности при делении на 20 – это правило, которое позволяет по данному натуральному числу определить остаток от его деления на 20. Заметим, что то, что называется признаками равноостаточности, на самом деле не только признаки, но и критерии, необходимые и достаточные условия, или характеристические свойства. Например, верно высказывание: «Остаток от деления натурального числа на 10 равен 7 тогда и только тогда, когда это число оканчивается цифрой 7». Остальные признаки имеют схожую логическую структуру. Как видим, выражение «тогда и только тогда», говорящее об эквиваленции двух высказываний, это нечто большее, чем признак. Говоря исторически сложившееся слово «признак» просто отдают дань тому, что, как правило, важнее узнать остаток отделения одного числа на другое, чем делать какие-то выводы о числе из данного в условии остатка, хотя на самом деле различные задачи говорят, что бывает важным и то, и другое.

Мы будем рассматривать только те признаки равноостаточности, которые доступны на совершенно элементарном уровне – например, ученикам VI класса общеобразовательной школы, без привлечения теории сравнений. Самыми простыми в этом смысле являются признаки равноостаточности при делении на числа, представимые в виде произведения двух взаимно простых множителей, и уже оттуда их можно обобщить на более сложные случаи. Большинство признаков, которые можно найти в литературе– это признаки равноостаточности при делении на простые числа либо непосредственные обобщения признаков делимости. Наиболее простыми в выводе, применении и частыми в употреблении являются признаки равноостаточности при делении на 2, 3, 5, 9, 10.

Признак равноостаточности при делении на 2, 5 и 10. Число дает тот же остаток при делении на 2 (5, 10), что и его последняя цифра.

Признак равноостаточности при делении на 3 и 9. Число дает тот же остаток при делении на 3 (9), который при делении на 3 (9) дает сумма его цифр.

На совершенно элементарном уровне наилучший путь нахождения остатка от деления натурального числа a на натуральное число b таков:

1. Найти с помощью признаков делимости (например, указанных в нашей статье «Признаки делимости на все натуральные числа от 2 до 102») ближайшее число, меньшее a, которое делится на b.

2. Найти разность между a и полученным частным. Она и равна искомому остатку.

Заметим, что сложность выполнения этого правила такая же, как и сложность соответствующих признаков делимости. В случае если число b достаточно невелико можно перебрать все классы вычетов по модулю b.

Рассмотрим разбиение множества натуральных чисел на классы вычетов по модулю 6 ($6=2\cdot3$). В общеобразовательной школе слова «классы вычетов по модулю 6» можно заменить на слова «множества чисел, дающих при делении на 6 равные остатки». Число 6 мы берем по двум причинам: оно наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде произведения двух взаимно простых множителей и нахождение остатка от деления на 6 довольно часто бывает полезным при решении различных олимпиадных задач, в первоначальной формулировке которых о делении на 6 вовсе не говорится.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 0 – есть числа, оканчивающиеся на четную цифру и такие, что сумма их цифр делится на 3.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 1 – есть числа, оканчивающиеся на нечетную цифру и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 1.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 2 – есть числа, оканчивающиеся на четную цифру и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 2.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 3 – есть числа, оканчивающиеся на нечетную цифру и такие, что сумма их цифр делится на 3.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 4 – есть числа, оканчивающиеся на четную цифру и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 1.

Числа, дающие при делении на 6 остаток 5 – есть числа, оканчивающиеся на нечетную цифру и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 2.

Мы рассмотрели все возможные случаи, что дает нам готовый признак равноостаточности при делении на 6.

Примеры. 1) Найдем остаток от деления на 6 числа 2019.

Сумма цифр этого числа (12) делится на 3 и число оканчивается на нечетную цифру, значит искомый остаток равен 3.

2) Найдем остаток от деления на 6 числа 123…2019.

Сумма цифр этого числа $\frac{1+2019}{2}\cdot 2019 = 2\,039\,190$делится на 3 и число оканчивается на нечетную цифру, значит искомый остаток равен 3.

Как видим, предложенный признак равноостаточности является очень простым и удобным в применении.

Теперь проделаем аналогичную операцию с модулем 15.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 0 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 0 или 5 и такие, что сумма их цифр делится на 3.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 1 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 1 или 6 и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 1.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 2 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 2 или 7 и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 2.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 3 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 3 или 8 и такие, что сумма их цифр делится на 3.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 4 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 4 или 9 и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 1.

Числа, дающие при делении на 15 остаток 5 – есть числа, оканчивающиеся на цифру 0 или 5 и такие, что сумма их цифр при делении на 3 дает остаток 1.

…

(дальнейший вывод условий очевиден)

Составление подобных признаков может показаться утомительным занятием, но мы видим, что оно эффективно, приводит к хорошим результатам и базируется на знаниях, которые доступны любому шестикласснику.

Примеры. 1) Найдем остаток от деления на 15 числа 2019.

Нетрудно видеть, что ближайшее число, меньшее 2019 и делящееся на 15 есть 2010 (сумма его цифр делится на 3 и оно оканчивается цифрой 0). Значит, искомый остаток равен 2019-2010=9.

2) Найдем остаток от деления на 15 числа 123…2019.

Сумма цифр числа 123…2010 равна 2 021 055, онаделится на 3 и число оканчивается на цифру 0, значит 123…2010⋮15, а искомый остаток равен 9.

Подобные примеры помогают видеть, как именно работают признаки равноостаточности и применять их на практике. Заметим, что многие источники оставляют вопрос о нахождении остатков от деления на составные числа даже в несложных случаях в стороне, говоря, что это на элементарном уровне сопряжено с некоторыми трудностями. Показать, что эти трудности преодолимы, и привести примеры простейших, но в то же время исчерпывающих признаков равноостаточности и призвана наша заметка.

Список использованной литературы:

1. Андронов И.К., Окунев А.К. Арифметика рациональных чисел. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1971.- 399 с.: ил.

2. Арнольд И.В. Теория чисел: Учебное пособие.– Изд. стереотип. – М.: ЛЕНАНД, 2018.– 288 с.

3. Бухштаб А. А. Теория чисел: Учебное пособие. – 4-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2015.- 384 с.: ил.

4. Воробьев Н. Н. Признаки делимости. – 2-е изд., испр.– М.: Наука, 1974.– 77 с.

НАХОЖДЕНИЕ ПОСЛЕДНЕЙ ЦИФРЫ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

Сырников Д.Ю.
учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,
пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Если предложить школьникам VIII или более старших классов следующую задачу: «В малом зале театра всего 120 мест, причем известно, что в каждом ряду одинаковое число мест, и мест в ряду на два больше, чем рядов. Сколько рядов в этом зале?», то некоторые из них, обозначив число рядов в зале через x, сведут задачу к квадратному уравнению $x^2+2x-120=0$, которое в свою очередь решат с помощью дискриминанта и таким замысловатым образом, пролив тьму науки на этот вопрос, придут к верному ответу. Другие же, сообразив, что числа, о которых говорится в условии задачи, натуральные, сразу сообразят, что рядов может быть только 10, а мест в ряду только 12, так как только эта пара натуральных чисел удовлетворяет условию задачи.

Понятие натуральной степени натурального числа, которое подробно, с выводом всех свойств, изучается в VII классе общеобразовательной школы, по новым программам и учебникам обзорно рассматривается уже в V-VI классах, так, что сейчас ученик VI класса точно должен понимать смысл записи 125^{476}.

Довольно часто в школьных и студенческих олимпиадах всех уровней школьникам VI-XI классов и студентам предлагают найти (либо как конечный результат всей задачи, либо в качестве одного из этапов решения более сложной задачи) последнюю цифру какой-либо натуральной степени натурального числа. При этом студентам и зачастую школьникам старших классов с углубленным изучением математики их тренеры и учителя говорят, что делать это нужно с помощью различных свойств сравнений и иногда даже с применением теоремы Ферма. Конечно, знание этих теорем нужно и полезно. Похвально, когда ученик средней школы свободно оперирует теоремами Ферма и Эйлера, но их использование в рассматриваемой нами задаче является совершенно излишним, так же, как и решение квадратных уравнений в первом рассмотренном нами примере. Мы предлагаем, изучив с учащимися теорему о делении с остатком, без которой решение любых теоретико-числовых задач немыслимо, составить вместе с ними нижеприведенные правило и таблицу. Все учащиеся, участвующие в олимпиадах муниципального и более высокого уровней, должны уметь выводить эти простейшие правила сами, а тем, кто претендует на высокие результаты, и имеют мало времени на чисто технические вычисления в условиях жестких временных рамок олимпиад, можно рекомендовать выучить приведенные выводы наизусть. Заметим, что нижеприведенные данные могут использовать и школьники, готовящиеся к олимпиадам и экзаменам, и учителя школ, и преподаватели вузов для составления самостоятельных заданий школьникам и студентам, и все люди, так или иначе использующие элементарную теорию чисел в своей работе. Перейдем к результатам.

Если натуральное число оканчивается на цифру 0, 1, 5 или 6, то любая натуральная степень этого числа оканчивается соответственно на 0, 1, 5 или 6.

Примеры. Число 125489791^{4587} оканчивается на цифру 1.

Число 7654816^{48751} оканчивается на цифру 6.

Теперь рассмотрим числа, оканчивающиеся на другие цифры.

Вид степени числа, оканчивающегося	**Последняя цифра этой степени**

указанной ниже последней цифрой	данного числа
Степени числа 2	
2^{4k}	6
2^{4k+1}	2
2^{4k+2}	4
2^{4k+3}	8
Степени числа 3	
3^{4k}	1
3^{4k+1}	3
3^{4k+2}	9
3^{4k+3}	7
Степени числа 4	
4^{2k}	6
4^{2k+1}	4
Степени числа 7	
7^{4k}	1
7^{4k+1}	7
7^{4k+2}	9
7^{4k+3}	3
Степени числа 8	
8^{4k}	6
8^{4k+1}	8
8^{4k+2}	4
8^{4k+3}	2
Степени числа 9	
9^{2k}	1
9^{2k+1}	9

Пример. Какой цифрой оканчивается число 2018^{1459}?

Решение:

1459 дает такой же остаток при делении на 4, как и число 59. Это следует из общеизвестного признака равноостаточности при делении на 4. Если ученик не знает этого признака, то может просто разделить 1459 на 4 «уголком».

59 при делении на 4 дает остаток 3. Поэтому число 1459 имеет вид 4k+3. Последняя цифра числа 2018 есть 8, поэтому мы смотрим на ту строчку в таблице, в которой написано 8^{4k+3}. Значит, последняя цифра указанного числа есть 2.

Ответ: 2.

Легко видеть, что мы можем решать данные задачи на уровне, доступном любому ученику VI класса, имеющему небольшой опыт применения теоремы о делении с остатком, что делает рассматриваемые задачи близкими и понятными широкому кругу наших школьников.

Список использованной литературы:

1. Андронов И.К., Окунев А.К. Арифметика рациональных чисел. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1971.- 399 с.: ил.

2. Арнольд И.В. Теория чисел: Учебное пособие. – Изд. стереотип. – М.: ЛЕНАНД, 2018. – 288 с.

3. Бухштаб А. А. Теория чисел: Учебное пособие. – 4-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2015.- 384 с.: ил.

4. Воробьев Н. Н. Признаки делимости. – 2-е изд., испр.–М.: Наука, 1974. – 77 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ ДЕЛИМОСТИ В НЕКОТОРЫХ СОВРЕМЕННЫХ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКАХ

Сырников Д.Ю.
учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,
пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Настоящая статья является вводной обзорной предшествующей частью нашей следующей статьи «Что такое делимость?». Понятие делимости во множествах натуральных и целых чисел, а также во множестве $\mathbb{N}\cup\{0\}$ является ключевым понятиемвсей школьной математики и мы должны констатировать, что его изложение во всех известных нам школьных учебниках математики для Vи VIклассов является не в полной мере неудовлетворительным. Вначале укажем то, что мы считаем правильным на современном уровне, пока не внося ничего нового в рассмотрение этого вопроса.

Определение. Мы скажем, что **натуральное (целое) число a делится на натуральное (целое) число b**, если существует единственное натуральное (целое) число c, такое, что $a=b\cdot c$.

Определение. Если такого натурального (целого) числа c, что $a=b\cdot c$, где $b\neq 0$ не существует, то мы скажем, что **при делении натурального (целого) числаа на натуральное (целое) число b получается остаток**.

Подчеркнем, что указанные нами выше определения видятся нам соответствующими истине, правильными, и в них не пропущено ни одно слово!!!

Теперь рассмотрим, какими недостатками и достоинствами наделены соответствующие определения в некоторых допущенных для использования в общеобразовательных школах учебниках математики для Vи VIклассов.

С.М. Никольский со своим коллективом авторов говорят: «Пусть аи b– натуральные числа и абольше или равно b. Говорят, что аделитсяна b нацело, если существует натуральное число с, при умножении которого на bполучается а: a=b·c. Обычно слово «нацело» в этой фразе опускается» [3, с. 41]. Мы полностью согласны с тем, что слово «нацело» писать не надо. Казалось бы, очевидный совет: и не пишите его!Не надо путать бедных детей и говорить слова, которые сами же предлагаете опускать! В другом месте этот же учебник говорит: «Если одно число делится нацело на другое, то иногда удобно считать, что оно делится с остатком, равным нулю» [3, с. 52]. Хоть авторы и говорили выше, что слово «нацело» обычно опускается, но здесь, судя по всему, случай не обычный, а выходящий из ряда вон, но чем именно – об этом тактично умалчивается. Еще здесь мы видим два интересных оборота. Во-первых, «удобно считать». Просим прощения: остаток действительно равен нулю, или это только «удобно считать»? В чем именно удобство? Судя по всему, об этом должен рассказать учитель на уроке, который сам не понимает многих вопросов, так как учился по подобным учебникам. Во-вторых, фраза «делится с остатком, равным нулю» вообще убивает всю математику. Об этом мы скажем в следующей статье. Тут же в учебнике мы видим выделенное правило: «Чтобы разделить число а на число b, надо найти частное a:b, если а делится нацело на b, или найти неполное частное и остаток, если а не делится нацело на b»[3, с. 52]. Здесь есть одна хорошая правильная мысль, на которой мы остановимся позже – связь обычного деления и деления с остатком. Но непосредственно то, что только что цитировано вновь не может быть признано удовлетворительным. Допустим, ученику предлагают разделить 418 на 95. Он читает это правило и думает: что же именно он должен искать – частное или неполное частное и остаток? Выходит, что он должен заранее знать делится ли (в нашем смысле слова) 418 на 95. Остается лишь надеяться на то, что подобные вопросы в голову ученика не придут. Заметим, что раз здесь авторы вновь употребляют слово «нацело», то мы вновь находимся в необычной ситуации.

А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский и М.С. Якир поступают в своем учебнике для Vкласса более грамотно. В пункте «Деление» они вовсе не говорят, что значит, что одно число делится на другое, но возвращаются к этому вопросу в пункте «Деление с остатком». «Рассмотрим равенство 21 = 7 · 3. Его можно переписать так: 21 = 7 · 3 + 0. Говорят, что при делении числа 21 на число 7 остаток равен нулю. Также можно сказать, что число 21 **делится нацело** на число 7»[4, с. 132]. Понятие делимости связано здесь с равенством остатка нулю, что кажется нам правильным. Однако мы видим, что хоть авторы и пользуются буквенной записью определений и свойств, здесь решили обойтись чисто числовым примером. И заметьте, «**нацело**» так нацело! Никаких компромиссов Никольского, что мы будем эти слова когда-либо опускать. В учебнике для VIкласса определение делимости уже дается в полном соответствии с научным подходом, если не считать нашего скептического отношения к слову «нацело»: «Натуральное число a делится нацело на натуральное число b, если найдётся натуральное число c такое, что справедливо равенство a = b· c»[5, с. 4].В дальнейшем авторы последовательно придерживаются собственной терминологии, и в рассматриваемом нами вопросе их учебник кажется оптимальным, опять же, кроме слова «нацело», использование которого мы видим неоправданным.

Самый распространенный в наших школах учебник Н.Я. Виленкина, который был исключен из списка допущенных для использования в школах, спустя несколько лет вновь возвращается в Перечень. В этом учебнике, впервые понятие делимости встречается в Vклассе в пункте «Деление с остатком». Мы видим полную жизнерадостной наивности фразу: «Если остаток равен нулю, то говорят, что делимое делится на делитель **без остатка**, или, иначе, **нацело**» [1, с. 81]. От этой фразы становится тепло и хорошо на душе, ведь двадцать девять изданий этого замечательного учебника с лихвой перекрывают тот примитивный факт, придуманный завистниками, что слова «делится без остатка» опять убивают всю математическую сущность отношения делимости. Об этом мы вновь упомянем в нашей следующей статье. В учебнике VIкласса Н.Я. Виленкин и его соавторы в пункте 2 еще помнят про то, чему они учили детей в Vклассе: «Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится без остатка на 10» [2, с. 9]. Но уже в следующем пункте мы читаем: «Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9» [2, с. 14]. Что такое «делится», если до этого ни разу ни в V, ни в VIклассе это слово само по себе не использовалось? Наверное об этом расскажет слишком грамотный учитель на уроке, не заморачивать же авторам учебника себе голову подобной юридической казуистикой! Далее в этом учебнике фразы «делится» и «делится без остатка» идут так, что мы не смогли понять логику авторов – где какие слова использовать остаётся загадкой.

Аналогично можно продолжить анализ других школьных учебников, чтобы убедиться, что и в них не все гладко с определением делимости. Рассмотрение данного вопроса в практике школьного преподавания и свой подход к нему мы предлагаем в следующей статье.

Список использованной литературы:

1. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд]. – 29-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2011.– 280 с.: ил.

2. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд]. – 28-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2011.– 288 с.: ил.

3. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2017.– 272 с.: ил.– (МГУ – школе).
4. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – 3-е изд., стереотип. – М.: Вентана-Граф, 2018.– 304 с.: ил.– (Российский учебник).
5. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – 3-е изд., стереотип. – М.: Вентана-Граф, 2018.– 304 с.: ил.– (Российский учебник).

ЧТО ТАКОЕ ДЕЛИМОСТЬ?

Сырников Д.Ю.
учитель математики МОУ «Виноградовская СОШ»,
пос. Виноградово Воскресенского района Московской области

Понятие делимости во множествах натуральных и целых чисел, а также во множестве $\mathbb{N} \cup \{0\}$ является ключевым понятием всей школьной математики. Добиться того, чтобы на выходе из любой школы мы имели математически грамотного человека, невозможно без понимания понятий «алгебраическая операция» и «отношение». Пусть ученик школы и не обязан этого знать, но эти понятия должны понимать и грамотно, аккуратно и скрупулезно использовать в своей работе учителя начальных классов и учителя математики. К сожалению, современные учебники не в должной мере способствуют тому, чтобы и учащиеся и учителя понимали различие между понятиями «операция» и «отношение», между тем, как эти понятия являются центральными во всей математике. Понятие делимости является двойным феноменом – к нему можно подходить и с позиции операции деления в том или ином числовом множестве, и с позиции отношения делимости в этом множестве. Со второго подхода, делимость – обычное бинарное отношение, которое ничем не отличается от других бинарных отношений, таких, как равенство, подобие, эквивалентность. Любые два элемента из данного числового множества либо находятся в отношении делимости, либо не находятся в нем. Без всяких оговорок типа «нацело», «без остатка», «с остатком» и прочих слов, затуманивших ум не одному поколению учащихся, которые, становясь преподавателями уже сами передают этот «туман» все новым поколениям так, что в итоге за туманом не видно настоящего понятия отношения делимости. К операции же делимости нужно подходить исключительно с точки зрения того числового множества, над которым мы её рассматриваем.

Уже в начальной школе необходимо, так или иначе, знакомить учащихся с понятием алгебраической операции и требовать от них понимания этого понятия, даже не называя его явно. «Перед тобой лежат синий, желтый и зеленый карандаши. Можешь ли ты с их помощью нарисовать яблоко? красное яблоко?». «Представь число 9 в виде суммы двух слагаемых. Представь число 9 в виде суммы двух слагаемых, каждое из которых равно либо 1, либо 2, либо 3. Можно ли это сделать?». Это вопросы, которые необходимо задавать всем изучающим и преподающим математику – от учеников Iкласса до учителей, проходящих повышение квалификации. От учащихся с самого раннего времени нужно требовать понимание того, с каким числовым множеством они работают и какие алгебраические операции на нем выполняются, а какие нет. Определение алгебраической операции (конечно на конкретных примерах) целесообразно давать в следующем виде: «Мы скажем, что на множестве … определена операция …, если для любых двух элементов этого множества существует единственный третий элемент из этого множества, являющийся
их …». Вместо многоточия, в конкретных примерах будут соответственно множества $\mathbb{N}, \mathbb{N}\cup\{0\}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, операции сложения, вычитания, умножения, деления, и, наконец, результатом операции сумма, разность, произведение, частное. Мы говорим только о бинарных операциях, другие остаются за рамками нашей работы.Учащиеся под руководством учителя должны прийти к выводу, что на множестве $\mathbb{N}\cup\{0\}$ выполняется операция сложения, но не выполняется операция вычитания, и сразу же – хоть в Iклассе нужно говорить о том, что есть другое числовое множество – множество целых чисел, на котором операция вычитания уже выполняется, и что это числовое множество будет изучаться в VIклассе. Эту информацию необходимо повторять минимум раз в две недели на

протяжении всего времени пока ученики уже знают, что такое вычитание, но еще не знакомы с множеством целых чисел. Аналогичного взгляда нужно придерживаться при изучении всех операций, и особенно операции деления. Если считать, что на множестве $\mathbb{N} \cup \{0\}$ выполняется операция умножения, но не выполняется операция деления (свое видение этого мы скажем ниже), то сразу же – хоть в IIклассе нужно говорить о том, что есть другое числовое множество – множество рациональных чисел, на котором операция деления выполняется, кроме деления на нуль, и что это числовое множество будет изучаться в V-VIклассах. Здесь же надо говорить о том, что нуль нельзя делить на нуль потому что в этом случае нарушается единственность в вышеуказанном определении алгебраической операции. Если ребенка попросят нарисовать красное яблоко, когда дали ему только желтый и зеленый карандаши, то он ответит, что это невозможно. Точно так же бессмысленно спрашивать у любого человека о возможности вычесть из пяти семь, или разделить 12 на 18. Человек должен спросить – какому множеству должен принадлежать результат, и уже потом давать ответ. Когда вся школьная математика была построена на теоретико-множественной основе, это тоже имело свои перекосы и вопросы задавались так: «Существует ли натуральное число, равное разности чисел 5 и 7?». Ждали, что ученик ответит, что это невозможно. Сейчас, в первой половинеXXIвека этот подход давно умер, не оставив после себя наследников. Но должна ли умирать математика, основанная на этом подходе (убивший Бурбаки спор о том, на чем нужно строить здание математики – на теории множеств или на теории категорий мы оставим в стороне)? Нет! Нужно продолжать задавать детям вопросы, но вопросы другие. «Можно ли вычесть из пяти семь?». И самый юный ученик должен интересоваться – какого ответа от него ждут? Такого натурального числа нет, такое целое число есть! Обращаем внимание на то, что говорить о целом ответе может и должен ученик даже не знающий что такое целое число. Это очень сложно и абстрактно для рядового школьника, но для этого мы и предложили вначале примеры с рисованием яблок. Очевидно, что такие вопросы школьники и студенты должны задавать на всем протяжении своего обучения. Можно ли извлечь арифметический квадратный корень из 5? Во множестве рациональных чисел нельзя, а во множестве действительных чисел можно. А из -5? Во множестве действительных чисел нельзя, а во множестве комплексных чисел можно. Эти примеры можно плодить до бесконечности, но все они чрезвычайно важны, так как соответствуют принципу научности обучения и мотивируют сильных учащихся к опережающему обучению. Сильный ученик, говоря слова «комплексное число», не понимая того, что он говорит, безусловно захочет это узнать, и таким образом всегда будет на шаг впереди остальных. Все приведенные примеры можно обобщить и на преподавание конструктивных вопросов геометрии.

Теперь перейдем к главному болезненному вопросу математики и методики её преподавания, к ране, столетиями гниющей и поражающей все здание школьного преподавания математики – к определению понятия «делится».

Основная мысль такова: **нет никакой разницы между определением деления и любой другой алгебраической операции, нет полуживых-полумертвых сложения, вычитания, умножения, и (!!!) даже деления, а есть только возможность выполнения этой операции; если я делю натуральное число а на натуральное число b и не получаю натурального числа, то это означает, что а не делится на b точно также, как то, что я не могу с помощью зеленого карандаша нарисовать красное яблоко.**

Зачем мы об этом говорим? Если покинуть ковчег высшего учебного заведения, то почти все (исключения считаются на пальцах одной руки, попавшей под циркулярную пилу), с кем нас сводила судьба – даже те, кто сами плыли в этом ковчеге, не понимают выделенного выше текста! Не понимают, не могут понять и не соглашаются! Говорят, что деление – это совсем другое, нежели сложение, вычитание и умножение, что «всю жизнь мы так говорили, нас так учили, и мы будем учить детей так же», говорят: «Отойди, не загораживай нам Солнца!».

Давайте попытаемся понять – почему такое происходит и что с этим делать? На первый вопрос ответ нам видится следующим. Это недостатки в школьных учебниках, о которых мы говорили выше, в статье «Определение понятия делимости в некоторых современных школьных учебниках», некомпетентность в данном вопросе подавляющего большинства школьных учителей математики и почти всех учителей начальных классов, которую мы с прискорбием вынуждены признать, а также недостаточная принципиальность в этом вопросе преподавателей вузов. Мы неоднократно видели и слышали как слова ученика / студента: «Единица делится на два. Будет одна вторая» просто игнорировались школьным учителем / преподавателем вуза. Ждать при таком подходе хороших плодов образования не приходится. Второй вопрос –главный,и мы попытаемся ответить сейчас на него. Известно высказывание, с которым мы лично согласны: «Математика – царица наук, а теория чисел – царица математики». Методы и результаты, к которым пришла теория чисел ко времени Гаусса сейчас находят свое применение во многих областях жизни общества и государства – в криптографии, государственной безопасности, защите информации, в финансовом секторе и во многих других. То, что всего восемьдесят лет назад казалось ненужными развлечениями юристов из Тулузы и византийских монахов, сейчас является насущной жизнью каждого из нас, даже если мы этого не осознаем. Бисмарк говорил, что войны выигрывают школьные учителя. В связи с этим надо понимать, что много битв мы уже проиграли. Мы не сможем исправить сейчас сложившуюся ситуацию с непониманием первооснов теории чисел, но сейчас надо понять, что основную мысль, выделенную выше **должен знать наизусть и**

понимать каждый получающий диплом учителя начальных классов или учителя математики. Без этого невозможно вырастить грамотных людей. Для достижения этой цели необходимо запастись терпением и постоянно повторять со студентами выделенные выше слова в разных контекстах. Мы говорим о будущем и именно о студентах, потому что нынешние ученики 5-х классов по нашим наблюдениям уже заражены болезнью «делится с остатком» и вряд ли слабая школьная терапия может их спасти. Подавляющее большинство школьных учителей математики и все, известные нам учителя начальных классов не могут понять выделенной выше основной мысли. Мы обращаем свой взор к преподавателям педагогических вузов с призывом сразу лечить пришедших к ним будущих учителей начальных классов и учителей математики от этой пагубной болезни.

В дальнейшем мы предлагаем внедрять в школы следующий подход. Основой всей теории чисел является теорема о делении с остатком. Поэтому начинать изучение деления нужно именно с деления с остатком: 13 разделить на 3, 22 разделить на 5, 8 разделить на 9, … .

После того как учащиеся получат навык деления с остатком на конкретных примерах яблок, карандашей, рублей, нужно переходить к записям вида: $13 = 3\cdot4+1$, $21 = 5\cdot4+2$, $8 = 0\cdot9+8$. Наконец, нужно подвести учеников к теореме о делении с остатком, к определению операции деления и отношению делимости в следующем порядке:

Теорема о делении с остатком. Для любых двух натуральных чисел a и bсуществуют единственные натуральные числа qи r такие, что $a=b\cdot q+r$ (1), где $0\leq r<b$.

Определение 1. В формуле (1) число a называется делимым,b – делителем, q –неполным частным, r – остатком.

Затем можно переходить к тем примерам, где остаток равен нулю.

Определение 2. Если в формуле (1) остаток равен нулю, то неполное частное называется частным.

Далее мы предлагаем считать операцию деления во множестве натуральных чисел действительно уникальной, так как она **всегда** ставит в соответствие двум числам – делимому и делителю не одно, а два числа – неполное частное и остаток. Учащиеся с самого начала изучающие, что **деление – это всегда деление с остатком**, будут избавлены от всех терминологических неурядиц.

Определение 3. Разделить одно натуральное (целое) число на другое натуральное (целое) число – это значит найти неполное частное и остаток.

Таким образом, в нашем новом определении разделить одно натуральное число на другое можно всегда. Следующие определения надо вводить по ходу изучения соответствующих числовых множеств.

Определение 4. Разделить рациональное (действительное, комплексное) число a на другое рациональное (действительное, комплексное) число b– это значит найти такое единственное рациональное (действительное, комплексное) число c, что верно равенство $a=b\cdot c$.

Здесь два разных определения операции делимости, но путаницы от этого будет не больше, чем с определениями квадратного корня и арифметического квадратного корня, или синуса острого угла прямоугольного треугольника и синуса при движении точки по окружности. До сих пор ни в одном известном нам школьном учебнике нет определения того, что значит, например, разделить одно рациональное число на другое. На этом мы завершаем определения операции деления и переходим к отношению делимости.

Определение 5. Мы скажем, что натуральное (целое, рациональное, действительное, комплексное) число a делится на натуральное (целое, рациональное, действительное, комплексное) число b, если существует такое единственное целое (в Vклассе говорим «натуральное») число c, что $a=b\cdot c$. В случае натуральных чисел это означает, что остаток от деления a на b равен нулю.

Схожие определения дают в своих учебниках и С.М. Никольский с соавторами и А.Г. Мерзляк со своим коллективом, но они останавливаются в шаге от снимающего все вопросы определения. Определение отношения делимости во множестве рациональных и других чисел является важным методологическим фактором. Например, мы считаем, что действительно $\frac{1}{2}$ делится на $\frac{1}{8}$, так как существует целое число 4, которое при умножении на $\frac{1}{8}$, дает $\frac{1}{2}$; мы считаем, что 2π делится на π, так как существует целое число 2, которое при умножении на π, дает 2π. Если этого не принимать, то вся тригонометрия, в которой мы постоянно имеем дело с подобными вещами, оказывается стоящей на зыбкой почве. Но применение теоретико-числовых понятий во множестве всех комплексных чисел еще требует глубокой проработки.

Естественно, что все приведенные нами определения должны пониматься учителями, о чем мы говорили выше, и не искажаться во время уроков. Мы отдаем отчет, что добиться этого можно благодарядесятилетиям упорного труда.

Список использованной литературы:

1. Математика. 5 класс: учеб.для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд]. – 29-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2011.– 280 с.: ил.

2. Математика. 6 класс: учеб.для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд]. – 28-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2011.– 288 с.: ил.

3. Математика. 5 класс: учеб.для общеобразоват. организаций / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2017.– 272 с.: ил.– (МГУ – школе).
4. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – 3-е изд., стереотип. – М.: Вентана-Граф, 2018.– 304 с.: ил.– (Российский учебник).
5. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – 3-е изд., стереотип. – М.: Вентана-Граф, 2018.– 304 с.: ил.– (Российский учебник).

ВОСПИТАТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ УРОКА МАТЕМАТИКИ

Ташпулатова Н.Р.
учитель математики
муниципального бюджетного общеобразовательного
учреждения «Лицей №4» Коломенского городского округа

Современное образование, как составляющая этого мира, невозможно без обращения к личности ребенка. Воспитание у детей активности, самостоятельности, инициативности, создание условий для развития личности – требование сегодняшнего дня, закрепленное во ФГОС второго поколения. Во многом это воспитание осуществляется на уроках, в том числе – уроках математики. Основная задача учителя – не столько быть источником знаний, сколько создать условия для процесса познания так, что ученику невозможно не научиться. Основная идея в моей работе учителя математики: «Научить математике всех детей практически невозможно, научить не бояться математику, любить ее – вот цель, которую можно реализовать».

При этом необходимо воспринимать ученика как ценность, личность, носителя особого внутреннего мира, успехи которой надо видеть и поддерживать.

Математика имеет предметом своего изучения количественные отношения и пространственные формы, свойственные составляющим окружающий нас мир вещам. Перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников неизбежно возникающее представление о «сухости» науки математики. Этой же особенностью науки в значительной мере объясняется специфика задач, стоящих перед учителем математики, желающим использовать преподавание своего предмета в воспитательных целях: с одной стороны - логическая стройность и строгость умозаключений призваны воспитывать общечеловеческую культуру, с другой –уроки математики дают огромную возможность для морального и эстетического воспитания. Изящество доказательств, свойство лаконичности математического языка, красота математической теории, прямая связь математики с красотой природы –основа для эстетического воспитания на уроках математики.

Жизнь учителя состоит из уроков, которые он проводит. Существует множество методов, приемов, которыми можно разбудить творческие способности и возможности. И многое здесь определяется личностью учителя. От роли учителя, его таланта или бездарности зависит внимание или равнодушие его учеников. Учительский труд очень сложен, потому что его основа – человеческие отношения. Из школьных наук многое забывается, но не забудется доброе слово, сказанное тихо, в минуту, когда ребенок разочаровался или отчаялся, не забудется общение с умным, понимающим собеседником.

За время обучения в школе каждый ученик получает около 9,5 тыс. уроков. Процесс воспитания на уроке – это сама жизнь ребенка, и она должна проживаться на уровне современной культуры. И если учитель неравнодушен к своим ученикам, то это зерно неравнодушия прорастает и дает плоды – отзывчивых, порядочных людей. Издавна известно: «Учитель, воспитай ученика!». Что же стоит за этим «воспитай!»?

Сегодня настало время рассматривать развивающий, дидактический, воспитательный потенциал урока с позиции новых целей и нового содержания образования. Воспитательная цель при обучении математике - воспитание личного отношения к изучаемым знаниям и извлечение нравственных ценностей из их содержания. Воспитание рассматривается как обучение принципам жизни, возможность тонкого регулирования процессов формирования всех видов опыта. Воспитание в процессе обучения рассматривается как совместная деятельность учителя и ученика, направленная на развитие способностей придавать смысл знаниям. При реализации воспитательной функции, при изучении математики первое, с чем приходится столкнуться - это выдвижение воспитательных задач урока. Следовательно, необходима диагностика уровня воспитанности каждого ученика и класса в целом. Также необходимо обсуждение с детьми тех качеств личности, которые будут затрагиваться на уроках. Это необходимо для того, чтобы ученик понимал, что нужно ему самому.

С воспитательной точки зрения очень важно начало урока, так как на этом этапе осуществляется влияние на потребностно-мотивационную среду, и успех урока часто зависит от умелой организации его начала.

1. Можно начать урок следующим образом. После формулировки темы урока обучающимся предлагается высказать свои соображения. Обсуждения строится по принципу диалога между учеником и учителем. При этом решается несколько задач:

- ученики выдвигают задачи урока, что способствует развитию творческого мышления, смелости суждений;

- возникает проблема, которую надо на уроке решить, что позволяет формировать волевые качества, критическое мышление;

- ученики обозначают круг вопросов, которые требуют актуализации;

- рассуждения вслух мотивируют деятельность обучающихся, создают рабочее настроение, в процесс рассуждений включаются и "сильные" и "слабые".

2.Возможно начало с практической работы в группах ("вертушка")

Так, например, при изучении формулы куба суммы и разности двух выражений группы получают задание найти произведение одним из путей:

1) (а+в)*(а+в)*(а+в);

2) (а+в)*$(а+в)^2$;

3) $(а+в)^2$*(а+в).

После получения результата и обмена решениями делается акцент на красоту формулы, проводится анализ способов, какими ее можно получить. В процессе воспитывается сила воли, трудолюбие, ответственность, творческая самостоятельность.

3. Практическая работа исследовательского характера в паре по нахождению суммы углов выпуклого многоугольника (произвольного пятиугольника). В процессе обсуждения результатов появляется гипотеза, справедливость которой нужно доказать. Проведение такой работы способствует созданию ситуации успеха, вызывает интерес к изучению темы, воспитывает критическое мышление, трудолюбие.

На этапе актуализации можно использовать различные способы:

1) Работа по готовым чертежам;

2) Составление задачи по чертежу, схеме;

3) Задания загадки;

4) "Что скрыто в черном ящике", это позволяет воспитывать познавательную активность, отстаивание суждений, взаимоконтроль, честность;

5) Использование тестовых заданий с формулировкой "верно ли, что..?", "выберите верные (неверные) утверждения;

6) Работа в паре с применением тренажеров устного счета.

На уроках математики можно погружать обучающихся в историю развития науки, так как история математики обладает огромным воспитательным воздействием. Исторические сведения представляют собой благодатный материал для развития эстетического вкуса детей. Красоту науки отмечал Н.Е. Жуковский, он писал: "В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии".

Неразрывная связь истории науки и преподавания темы по математике поможет обучающимся осознать, что они изучают науку, которая является частью окружающего мира, частью нашей истории. Знакомство обучающихся с жизнью и творчеством отечественных ученых, стремящихся возвеличить науку родной страны имеет огромное воспитательное значение в воспитании чувства долга, преданности Родине. Раскрытие роли ученых в становлении и развитии математической науки во всем мире, рассказы об их мужестве, любви к Родине, бескорыстии, самопожертвовании помогают учащимся в выработке правильных жизненных позиций.

Воспитание творческой самостоятельности можно осуществлять как с помощью различных творческих домашних заданий, так и во внеурочной работе. Примерами могут служить:

- написание математических сочинений (сказок), начиная с 5 класса. Такой вид работы создает условия для развития воображения и фантазии, умения обдумывать предложенную ситуацию. Дети учатся добру и справедливости при сочинении своих сказок;

- выполнение рисунков при изучении понятия координатной плоскости и симметрии. При изображении фигурки гриба, кораблика, птицы, цветка и др. используется координатная плоскость, развивается воображение, фантазия, чувство красоты;

- участие детей в создании математических газет на самые разные темы, в различных конкурсах и соревнованиях во внеурочное время.

Являясь элементом воспитания, урок – часть жизни ребенка. Характер протекающей на уроке жизни становится качеством наглядного образа жизни, достойной человека.

Современная педагогическая наука считает одним из важнейших качеств учителя его гуманную позицию. Учитель отчасти хранитель души ученика, если на уроке создается обстановка понимания ребенок учится понимать других. Если учитель его одобряет, он учится верить в себя. Если он растет в честности, то учится быть справедливым. Если ребенок растет в безопасности, он учится верить в людей.

Список используемой литературы:

1. Амонашвили Ш. А. Воспитательная и образовательная функция оценки учения школьников. - М.: 1984.
2. Крутецкий В. А. Психология обучения и воспитания школьников. - М.: Просвещение, 1976.
3. Формирование учебной деятельности школьников.// Под ред. В. В.Давыдова - М.: Педагогика, 1982

ПОДГОТОВКА ОБУЧАЮЩИХСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Туманина Н. Р.
учитель математики
МОУ Радужненская СОШ, г.о. Коломна

Подготовленность к чему-либо понимается как комплекс приобретенных знаний, умений, навыков, качеств, позволяющих успешно выполнять определенную деятельность.

В готовности обучающихся к сдаче экзамена в форме ЕГЭ и ОГЭ можно выделить следующие составляющие:

-информационная готовность (информированность о правилах поведения на экзамене, о правилах заполнения бланков и т.д.);

-предметная готовность или содержательная (готовность по определенному предмету, умение решать тестовые задания);

-психологическая готовность (внутренняя настроенность на определенное поведение, ориентированность на целесообразные действия, актуализация и приспособление возможностей личности для успешных действий в ситуации сдачи экзамена).

1) <u>Содержание информационной работы с обучающимися:</u>

- Организация информационной работы в форме инструктажа обучающихся (знакомство с правилами поведения на экзамене, с правилами заполнения бланков, информирование о ресурсах Интернет и др.)

- Оформление информационного стенда (нормативные документы, бланки, правила заполнения бланков, ресурсы Интернет по вопросам ЕГЭ и ОГЭ).

- Проведение занятий по тренировке заполнения бланков.

- Проведение пробных ЕГЭ и ОГЭ, диагностических и тренировочных работ.

Содержание информационной работы с родителями:

- Родительские собрания (информирование родителей о процедуре ЕГЭ и ОГЭ, особенностях подготовки к тестовой форме сдачи экзаменов, информирование о ресурсах Интернет, информирование о результатах диагностических и тренировочных работ, пробных ЕГЭ и ОГЭ).

- Индивидуальное консультирование родителей.

2) Содержательная (предметная) подготовка к сдаче экзамена по математике – это приобретение и освоение конкретных математических знаний.

При обучении математике и организации повторения следует придерживаться следующих правил:

- Следует широко использовать дифференцированный подход. В основе уровневой дифференциации лежат два положения. Первое – это достижение всеми обучающимися уровня обязательной подготовки, второй – создание условий для усвоения материала на более высоких уровнях теми школьниками, которые проявляют интерес к математике и желание освоить больше.

- При организации повторения следует идти от простых типовых заданий к более сложным, подбирать материал в виде логически взаимосвязанной системы, где из одного следует другое.

- На консультациях учащимся предлагать тренировочные тесты, выполняя которые учитель и обучающиеся могут оценить степень подготовленности к экзамену. На индивидуальных консультациях каждый ученик должен иметь возможность получить ответы на вопросы, которые вызвали у него затруднения.

Следуя этим правилам, у школьников формируются навыки самообразования, критического мышления, самостоятельной работы, самоорганизации и самоконтроля. Цель учителя состоит в том, чтобы помочь каждому ребенку научиться быстро решать задачи, оформлять их чётко и компактно, развивать способность мыслить свободно, без страха, творчески, стараться давать возможность каждому расти настолько, насколько он способен.

3) Психологическая подготовка к ЕГЭ и ОГЭ заключается в следующем:

- отработка стратегии и тактики поведения в период подготовки к экзамену;
- обучение навыкам саморегуляции, самоконтроля,
- повышение уверенности в себе, в своих силах.

Методы проведения занятий по психологической подготовке учащихся: групповая дискуссия, игровые методы, медитативные техники, анкетирование, мини-лекции, творческая работа, устные или письменные размышления по предложенной теме. Работа проводится со всем классом и индивидуально.

Конечно же, система подготовки к ОГЭ и ЕГЭ требует большого количества времени учителя на подготовку к занятиям, проверку и анализ работ, проведение индивидуальных групповых консультаций. Но, если мы хотим получить хорошие результаты на экзамене, то надо кропотливо работать.

Наша цель – привести детей к успеху, и если ребенок шаг за шагом успешно добивается успеха и ощущает его, то это способствует не только овладению базовым уровнем знаний, но и формирует у ребенка интерес к учебе, развивает его математические способности, повышает чувство собственного достоинства и раскрывает его интеллектуально-творческий потенциал.

Список использованной литературы:

1.Кузнецова Л. В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А., Колесникова Т. В., Рослова Л. О. Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов в новой форме. Алгебра. 2016/ ФИПИ. - М.: Интеллект-Центр, 2016;

2.И. В. Ященко, А. В. Семенов, П. И. Захаров Подготовка к экзамену по математике ГИА 9 (новая форма). Методические рекомендации. - М.: МЦНМО, 2009.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Черябкина Т.П.
учитель
Муниципальное общеобразовательное учреждение
Коломенская средняя общеобразовательная школа г.о.Коломна

В настоящее время значительно увеличилась роль информационных технологий в жизни людей. Современное общество включилось в общеисторический процесс, называемый информатизацией. Этот процесс включает в себя доступность любого гражданина к источникам информации, проникновение информационных технологий в научные, производственные, общественные сферы, высокий уровень информационного обслуживания.

Одним из приоритетных направлений процесса информатизации современного общества является информатизация образования, представляющую собой систему методов, процессов и программно-технических средств, интегрированных с целью сбора, обработки, хранения, распространения и использования информации в интересах ее потребителей.[1,545]

Применение информационных технологий в обучении базируется на данных физиологии человека: в памяти человека остается 1/4 часть услышанного материала, 1/3 часть увиденного, 1/2 часть увиденного и услышанного, 3/4 части материала, если ученик активно участвует в процессе. [2,81]

Информационные технологии предоставляют возможность:

1. Рационально организовать познавательную деятельность учащихся в ходе учебного процесса;

2. Сделать обучение более эффективным, вовлекая все виды чувственного восприятия ученика в мультимедийный контекст и вооружая интеллект новым концептуальным инструментарием;

3. Построить открытую систему образования, обеспечивающую каждому индивиду собственную траекторию обучения;

4. Вовлечь в процесс активного обучения категории детей, отличающихся способностями и стилем учения;

5. Использовать специфические свойства компьютера, позволяющие индивидуализировать учебный процесс и обратиться к принципиально новым познавательным средствам;

6. Интенсифицировать все уровни учебно-воспитательного процесса.[1,545]

При изучении любой дисциплины, математики в частности, применение информационных технологий в обучении позволяет расширить объем рассматриваемого материала, концентрировать внимание обучающихся, мотивировать их, продемонстрировать наглядные примеры связи математики с другими областями знаний. В педагогической и методической литературе отмечены несколько направлений применения информационных технологий в образовательном процессе, среди них востребованы в учебной школьной практике четыре основных:

- контроль знаний;
- лабораторный практикум;
- иллюстративное средство при объяснении нового материала;

- самообразование.[2,81]

Важную роль играет использование на уроках и во внеурочной деятельности электронных образовательных ресурсов- средств программного, информационного, технического и организационного обеспечения учебного процесса. К ним также можно отнести электронные издания, учебные материалы, для воспроизведения которых применяются электронные устройства. В своей работе я использую ресурсы образовательных порталов, представленные в таблице 1:

Российский общеобразовательный портал	http://www.school.edu.ru	Сформированы по предметно-тематическому принципу и состоят из следующих основных разделов: каталог, коллекции, инструменты, электронные издания, региональные коллекции, новости.
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/	
Российская электронная школа	https://resh.edu.ru/	Интерактивные уроки по всему школьному курсу с 1 по 11 класс от лучших учителей страны
Электронные образовательные ресурсы Московской области	http://eor.biblio.rt.ru/	Электронные книги, информационные материалы, практические, контрольные работы
Федеральный институт педагогических измерений	http://fipi.ru/	Нормативно-правовые документы по организации ГИА, банки заданий
ПроеКТОрия	https://proektoria.online/	Всероссийские открытые уроки, организованные Министерством просвещения РФ, направленные на профориентацию
Математические этюды	http://www.etudes.ru/	На сайте представлены этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и её

		приложениях.
Математические и логические задачи	https://www.aplusclick.org/	Международный блог, содержащий в себе задачи, направленные на развитие логического мышления
Школьный портал Московской области	https://school.mosreg.ru/	Предоставляет возможность создания тестов учителем, самоконтроля по темам для учеников, общения между учителем, учеником, родителями

Таблица1

В классе, где я работаю, есть проектор и экран. Эти технические средства помогают мне в организации урока: проверка домашнего задания, вывод на экран задач, которых нет в учебнике(задачи на смекалку и т.п.), демонстрация моделей, небольших видеороликов, относящихся к теме урока, и т.д. Обучающимся я рекомендую собирать электронное портфолио. Такую возможность предоставляет Школьный портал Московской области: ученики могут пройти тест созданный учителем или предложенный на сайте, и результаты будут отражаться на странице ученика. Портфолио позволяет видеть уровень усвоения тем и психологически воспринимается обучающимися комфортнее, чем контрольная работа или зачет.

Грамотное и умелое использование современных информационных технологий в образовании позволяет активизировать процесс обучения, помогает привлечь учеников к научно-исследовательской деятельности, усиливает мотивацию к обучению, индивидуализирует работу учителя и помогает сделать ее неповторимой и своеобразной, повысить уровень самоподготовки учащихся, усовершенствовать организацию преподавания, повысить индивидуализации обучения. Применение современных информационных технологий в традиционном образовании позволяет дифференцировать процесс обучения школьников с учётом их индивидуальных особенностей, даёт возможность педагогу подходить к своей профессии творчески и с успехом управлять учебным процессом.[3,3]

Список использованной литературы:

1.Горбунова Л. И., Субботина Е. А. Использование информационных технологий в процессе обучения // Молодой ученый. — 2013. — №4. — С. 544-547. — URL https://moluch.ru/archive/51/6685/

2. Романова Ольга Викторовна Использование информационно-коммуникационных технологий в процессе обучения студентов математике // Вестник СИБИТа. 2014. №2 (10). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-informatsionno-kommunikatsionnyh-tehnologiy-v-protsesse-obucheniya-studentov-matematike

3.Филиппова А.А. Использование информационных технологий в образовательном процессе / А.А. Филиппова, В.В. Елисеева, А.А. Мирошниченко // Педагогический опыт: теория, методика, практика : материалы IX Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 14 окт. 2016 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.] – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – С. 330-331. – ISSN 2412-0529.

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭОР НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Шайхлисамова Т. С.
учитель математики
МОУ Карасевская СОШ, г.о. Коломна

Интернет основательно вошел в жизнь современного общества. Это послужило поводом активизации таких способностей, как оперативность и самостоятельность в принятии решений, гибкость в адаптации к быстро изменяющимся условиям, овладение способами работы с большим объем информации. Разумеется, образование не может оставаться в стороне от таких изменений. Поэтому мы так часто говорим об обучении на основе современных информационных технологий.

В помощь педагогам созданы электронные образовательные ресурсы. Согласно самому короткому и простому определению, ЭОР – это учебные материалы, для воспроизведения которых используются электронные устройства. Несомненно, ЭОР обладают немалыми преимуществами над обычными учебными материалами.

За счет работы с качественной графической, звуковой и видео информацией, а также анимацией, учащиеся на уроках имеют возможность использовать все виды восприятия, что активизирует мышление и практическую деятельность. Использование учителем электронных образовательных ресурсов высокого качества делает реальным для учащихся получение полного представления об объекте вне зависимости от месторасположения учебного заведения.

Наличие интерактивных средств обучения дает возможность организовать исследовательскую деятельность учащихся на уроке. Причем, это может быть как индивидуальная, так и групповая работа с моделями реальных объектов. Такая исследовательская деятельность способствует развитию интеллектуального потенциала и творческих способностей.

Как для учителя, так и для самих учащихся несомненным плюсом является мгновенная проверка знаний ученика, а также возможность выбора уровня сложности при проверки знаний.

В целом, использование электронных образовательных ресурсов позволяет мне быстрее подготовится к уроку, освобождает от набора и проверки тестовых или самостоятельных работ, дает возможность организовать проектную деятельность детей, увлекающихся математикой.

Таким образом, работу с электронными образовательными ресурсами можно организовать на каждом этапе урока математики: актуализации знаний, постановка проблемы, изучение нового, закрепление, проверка усвоения знаний и выполнение домашнего задания. Это вовсе не означает постоянное использование ЭОР на уроках, скорее оно носит периодический характер. Ведь, нельзя забывать и о здоровье сберегающих технологиях на уроках.

В настоящее время имеется очень много готовых ЭОР. Учителям приходится не только отбирать материал к уроку, но разбираться с установкой и работой программы. В этом могут помочь видео мастер-классов и форумы учителей в сети Интернет.

В своей педагогической деятельности я использую несколько электронных образовательных ресурсов.

При изучении многогранников в 10-11 классах целесообразно осуществить знакомство с ними на соответствующих моделях, которые можно «заставить» двигаться, поворачиваться. Это позволяет сделать ЭОР фирмы Физикон «Интерактивный курс стереометрии для учащихся школ». При объяснении материала мне помогают трехмерные чертежи фигур и их сечений, а также звуковое сопровождение моделей.

Нельзя не отметить приложения к учебникам 5-9 классов на электронном носителе. Я часто пользуюсь тренажёрами, помогающими научить решать основные типовые задачи, и тестами, позволяющими ученикам проверить свои знания. Организовываю как коллективную, так и индивидуальную работу с этими заданиями.

Стоит отметить электронные образовательные ресурсы, размещенные на Школьном портале Московской области. Учащиеся выпускных классов самостоятельно или под руководством учителя проходят тренировочные тесты. Помимо того, что тестируемый сразу видит результат выполнения задания, он может получить подсказку при возникновении трудностей решения. Если же подсказки не помогают, ученик получает развернутое решение данного задания. Ребята, заинтересованные в удачной сдаче экзамена по математике высоко оценили данный электронный образовательный ресурс.

Помимо многочисленных дисков, большой выбор ЭОР имеется на специализированных сайтах. Например:

http://school-collection.edu.ru/

http://fcior.edu.ru/ - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов.

На мой взгляд, многообразие ЭОР является не только очевидным достоинством, но и недостатком. Ведь большое количество времени тратится на отбор подходящего материала. Только потом возникает не менее трудоёмкая, но весьма занимательная задача в разумном использовании ЭОР с пользой для учебного процесса и в конечном итоге – для каждого ученика. Это необходимо не только для получения учениками определенных предметных знаний, но и для формирования у них навыков самостоятельного приобретения знаний. Опыт работы показывает, что у учащихся, активно работающих с компьютером, формируется более высокий уровень самообразовательных навыков. А умение ориентироваться в бурном потоке информации, выделять главное, обобщать, делать выводы является основной задачей формирования информационной культуры школьника.

Следует отметить, что современные электронные образовательные ресурсы мультимедийно насыщены. Это требует обновления технической составляющей современного урока. Это еще одна проблема, с которой может столкнуться педагог, работающий с ЭОР.

Несмотря на все трудности, использование ЭОР оказывает большое влияние на профессиональные качества учителя, типы его взаимодействия с учащимися, основанных на сотрудничестве, на использовании им необычных моделей уроков, повышающих активную самостоятельную деятельность учащихся.

Список используемой литературы:

1. https://multiurok.ru/blog/ispol-zovaniie-eliektronnykh-obrazovatiel-nykh-riesursov-na-urokakh-matiematiki.html
2. https://infourok.ru/ispolzovanie_eor_na_urokah_matematiki_v_5-6_klassah-381393.htm

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ОБУЧЕНИИ ДЕТЕЙ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ОБУЧЕНИЯ

Шведа О. В.,
учитель математики,
МОУ Песковская СОШ, г.о. Коломна
E-mail: ov-sv@bk.ru

Аннотация. Одним из основных направлений обучения детей с ограниченными возможностями здоровья является переход к личностно ориентированной системе образования. Обеспечить переход к этому направлению можно с помощью информационно-коммуникативных технологии (ИКТ). ИКТ способствуют развитию личности ребенка с ОВЗ, помогают реализовать главные человеческие потребности – общение, образование.

Обучение при помощи дистанционных образовательных технологий (ДОТ) позволяет ребенку с ОВЗ найти для себя оптимальный способ получения образования и успешной адаптации в жизни, позволяет усовершенствовать и повысить качество образования, дает детям-инвалидам возможность виртуального общения, знакомства и обмена мнениями в сети. Дистанционное образование для детей с ОВЗ является важным этапом, так как очень часто учитель по скайпу – это для них окно во внешний мир, не только помогает делать уроки и получать новые знания, но и пообщаться на разные темы, дружески пообщаться и узнать ответы на вопросы, которые не хочется задавать родителям или на которые родители затрудняются ответить.

Одним из способов реализации личностно-ориентированного образования является учебно-исследовательская деятельность.

В работе с детьми с ОВЗ можно использовать несколько типов проектов [1]:

1. Исследовательско-творческие, при помощи, которых происходит поиск информации, обработка и оформление результата в виде некоторого творческого продукта (газета, презентация, выставка рисунков и т.п.).

2. Ролево-игровые. Это проект с элементами игры, когда дети входят в образ сказочного героя и решают поставленные проблема и задачи. (его можно использовать и во время урока).

3. Творческие.

4. Информационно-практико-ориентированные. В данном случае ребенок собирает информацию о каком-либо явлении, объекте.

Цели исследовательской деятельности:

1) привлечение к самостоятельной исследовательской деятельности;

2) развитие творческих способностей и познавательных интересов;

3) углубление общеобразовательной подготовки;

4) развитие личностных качеств учащихся.

Обучение учащихся началам исследовательской деятельности возможно и вполне неплохо реализовать через урок, во время , отведенное на дополнительное образование, в ходе защиты проектов и рефератов, поисково-творческой деятельности при систематическом применении исследовательского подхода в обучении.

Исследовательский подход является одним из способов познания окружающего мира. Метод познания связан с интеллектуальной деятельностью человека. Начнем с того, что приобщение учащихся к исследованию начинается с мотивации (пусть маленькой, игровой) – главное, что это должно заинтересовать ребенка, подвигнуть его на желание узнать что-то большее.

Например, на первом уроке в 5-м классе в качестве домашнего задания надо ответить на вопросы: какие числа вы изучали в начальной школе? Как ты думаешь, все ли ты о числах знаешь? Как ты думаешь, бывают ли числа совершенными? А дружественными? Треугольными?... Ответы на вопросы можно услышать достаточно разные, но ребенок понимает, что мир чисел безграничен и интересен и далеко не весь материал входит в школьную программу.

«Эта тема является актуальной, потому что числа очень важны в нашем мире. Если бы не было в мире чисел, то мы не знали бы, сколько нам лет, в каком веке или году мы живем, как просчитать расстояние, время, как найти нужный номер дома, не опоздать на встречу, на работу, автобус; какую дозу лекарства принять при лечении и т.п.» – пишет в своей работе ребенок. И это уже дает стимул к тому, чтобы их изучить, изучить их свойства. Однако следует понимать и то, на что способен ребенок, установить планку, выше которой теряется интерес и ребенок не сможет продолжить свои исследования – это задача учителя. Именно учитель направляет своего ученика, советует, находит некоторый компромисс – из чего вытекают поставленные задачи для работы:

подобрать литературу и познакомиться с различными видами чисел;

узнать интересные факты о числах, изучая математическую литературу и материалы интернета;

составить задания по теме проекта;

принять участие в конкурсе, потому что это интересно;

выяснить, о каких числах знают люди, окружающие меня.

Итак, первый этап исследовательской деятельности – *постановка проблемы*. Название должно быть ясным, точным и содержательным, проблемным и компактным. Однако этого мало, в процессе написания работы необходимо составить план работы – схему, которой данный ребенок сможет придерживаться (план в процессе работы может меняться). Начался второй этап работы – *конструкторский*. Ребенок начинает собирать материал, выписывая необходимые тезисы и высказывания, писать конспекты; собирать интересные понравившееся ему факты (например: «По сказаниям в подземном царстве было семь ворот, через которые в него проходили души умерших»), возможно и юмористические (например: «Мадридский ученый аль-Маджрити приводит следующий рецепт применения совершенных чисел: "Чтобы добиться взаимности в любви, нужно на чем-либо написать числа 220 и 284, меньшее дать объекту любви, а большее съесть самому» (ученый добавляет, что действенность этого способа он проверял на себе)), наглядные картинки и т.п. (в дальнейшем они корректируются, объединяются и редактируются). Очень хорошо, если найденный материал связан с тем, что окружает этого ребенка . Например:

У меня две руки и две ноги, т.е. четыре конечности;

Четыре стороны света – восток, юг, запад, север, греки знали четыре главных ветра.

Четыре времени года: весна, лето, осень и зима.

Число четыре можно встретить в поговорках, например «иди на все четыре стороны...» У человека и большинства высших животных 5 пальцев на одной конечности;

Пчелы строят соты для хранения меда в виде шестиугольника.

Семь дней в неделе.

Семь чудес света.

Количество пальцев на двух руках (и ногах) у человека 10.

И т.д.

Развитие умения планировать свою работу сложно для детей с ОВЗ. Поэтому можно составить некоторую подсказку – ход работы: определение, поговорки, факты из жизни, применение.


Рис. 1-2. Материал связан с тем, что окружает ребенка

Третий этап работы над проектом – *практическое решение*. На данном этапе обрабатывается, сортируется, корректируется собранный материал – оформляется и выводится конечный результат. По завершении проводятся испытания и оценка соответствия планируемым характеристикам. На этом этапе можно продумать творческую работу, с которой ребенок может справиться сам , иногда в эту работу включаются и родители, помогая достигнуть конечного результата .


Рис. 3, 4. Творческая работа. В творческую работу, с которой ребенок может справиться сам, иногда включаются и родители.

Четвертый этап – *защита проекта*, которая происходит через скайп.

Элементы проектного обучения позволяют избежать шаблонности, пробуждают у детей интерес к учебе, способствуют развитию навыков экспрессивной речи, развитию моторики, внимания и восприятия, а также развивают навыки сотрудничества.

В итоге работы над проектом формируются элементы проектной и исследовательской деятельности [2]:

аналитические – такие как выдвижение идеи (мозговой штурм), формулирование задачи, формулировка и выдвижение гипотезы, выбор способа или метода деятельности для достижения цели, планирование своей деятельности, самоанализ;

презентационные – построение устного сообщения о проделанной работе, выбор способов и форм наглядной презентации результатов деятельности, изготовление предметов наглядности;

коммуникативные – слушать, понимать других, находить компромисс, выражать себя, доказывать свою точку зрения, делиться результатом своей работы с другими, взаимодействовать внутри группы;

поисковые – находить информацию по каталогам, в сетях Интернета, выделять и формулировать основные понятия и ключевые слова;

информационные – структурирование информации, выделение главного, приемы и подача информации, представление в различных формах, упорядоченное хранение и поиск необходимого материала;

проведение инструментального эксперимента – организация своего рабочего места, подбор необходимого оборудования, материалов работы, наблюдение за ходом эксперимента, осмысление полученных результатов.

Применение данной технологии отвечает требованиям, предъявляемым к современной школе, и задачам, стоящим перед ней. Однако внедрение современных образовательных и информационных технологий не означает, что они заменят традиционную методику преподавания, они войдут в нее как помощь при изучении математики и будут являться ее составной частью.

Список использованной литературы:

1. Голуб, Г. Б. Метод проектов – технология компетентностно-ориентированного образования : метод. пособие / Г. Б. Голуб, Е. А. Перелыгина, О. В. Чуракова. – Самара: издательство «Учебная литература» ; Издательство « Дом Федорова», 2006. – 176 с.

2. Кызлакова, Л. Б. Доклад на тему: Проектная технология в обучении детей с ограниченными возможностями здоровья [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://infourok.ru/doklad-na-temu-proektnaya-tehnologiya-v-obuchenii-detey-s-ogranichennimi-vozmozhnostyami-zdorovya-1241907.html

Научное издание

«Актуальные проблемы методики преподавания математики в средней школе»

материалы
V региональной научно-практической конференции (очно-заочной)
21 марта 2018

Технический редактор – Мироненко С.Н.
Компьютерная верстка – Кирин Н.А.

Подписано в печать 06.05.2019. Формат 60x84 1/16.
Печ. л. 7,56. Тираж 100 экз. Заказ №0007-07/07н

Отпечатано в копировально-множительном центре
ГОУ ВО МО «ГСГУ»

140410, г. Коломна, ул. Зеленая, 30.
Государственный социально-гуманитарный университет